MATEMATICA, CIENCIA, CONOCIMIENTO[11]

Javier de Lorenzo

1. Enfrentarse con la Filosofía de la Matemática supone, en principio, aceptar una serie de retos, de dificultades. Y la primera es que entramos en el terreno de las Filosofías adjetivas, junto a o frente a la Filosofía sustantiva, a la Filosofía, exista o sea esta lo que sea. Punto en el que algún autor como Alain Badiou, por ejemplo, afirmará tajantemente:

> No existe ni puede existir filosofía de las matemáticas[2]

Con una precisión inmediata: ni de las matemáticas ni de cualquier otra disciplina. La Filosofía, para Badiou, carece de objeto dado externamente.

Sin entrar en la discusión de si existe o no una Filosofía en sí adjetiva, cabe asumir el reto de la posibilidad de un pensar, de un intento de análisis crítico 'acerca de'. Reto que exige la existencia de un *datum* previo sobre el cual realizar tal análisis crítico conceptual. Aquí, aceptar el hecho de la Matemática y plantear, ya que no resolver, algunos problemas.

Un pensar, un análisis crítico que cae, a pesar de todo, bajo lo que denominar Filosofía de la Matemática. Y en este ámbito, un posible punto de partida es situarse en un segundo nivel y, si no hacer Filosofía de la Matemática, sí unos meta-relatos en el sentido de hablar acerca de lo que pensaron de la Matemática Kant, Mill, Frege... quienes partían del dato de esa disciplina y se planteaban cuestiones tan diversas del tipo: cómo era posible, cómo se originaba, cómo establecer su fundamento... O, también en este segundo nivel, pero ahora con enfoque metodológico, indicar en qué consiste una demostración, por ejemplo, y admitir que desde Frege o, al menos desde Hilbert, es ya una noción definitivamente aclarada: sucesión de proposiciones donde cada una o es un axioma o deriva de las anteriores por medio de unas reglas de derivación explícitamente establecidas.

---

[1] En **Racionalidad científica y racionalidad humana**. Eds. Vega-Maldonado-Marcos. Ed. Univ. de Valladolid y Univ. El Bosque de Bogotá, 2001, ISBN 84-8448-108-5; pp. 91-106

Con la dificultad, en este caso, de que una demostración como la del último teorema de Fermat, en la que todos los matemáticos parecen estar de acuerdo que es una demostración, no encaja en la noción de demostración antes indicada; dificultad que enlazaría con una interpretación de uno de los teoremas de Gödel...

Meta-relatos acerca no ya de la Matemática, sino de lo que algunos pensadores pensaron acerca de la Matemática, o bien análisis metodológico y, a la vez, genético-histórico como dos puntos de partida, dos puntos que pueden aceptarse como incluidos en ese apartado calificable de Filosofía de la Matemática. Un pensar a distintos niveles acerca de un objeto dado externamente y en el cual, de modo evidente, no se está haciendo matemática sino, en todo caso, historia sectorial del pensamiento, de la metodología.

También cabe un pensar ‘acerca de’ la relación de la Matemática con otras disciplinas, un análisis del papel que puede tener el Hacer matemático en el terreno epistemológico y su neutralidad o no para el conocimiento de la physis. Un punto problemático porque ello supone aceptar, de modo implícito, la existencia de compartimentos estancos –la Matemática, la Física, la Biología...- y la posible dificultad de sus enlaces y conexiones, además de sus diferencias. Supone admitir que se tienen, por un lado, disciplinas que producen conocimiento de la physis –las englobadas bajo el nombre de Ciencias, y, por otro, una disciplina –si es que lo es- la Matemática que cae bajo un término como el de formal. Y entonces se tiene la cuestión de cómo enlazar ambos compartimentos. Punto problemático radicalizado desde los logros formalistas obtenidos a lo largo del s. XIX en el Hacer matemático.

Dificultades que llevan a hablar incluso de misterio o de irracionalidad respecto a la efectividad de la Matemática para las demás disciplinas o de la indispensabilidad de la misma. Dificultades que pueden anularse, si se cambia de plano, si se comienza por admitir que el Hacer matemático es un producto y una producción de la especie humana. Como tal ligado a unas concepciones de lo real que en cada momento ha tenido esa especie. Concepciones que llevan a construir un cierto tipo de hacer matemático, condicionándolo y siendo, a su vez, condicionado por el mismo. Y es en esta perspectiva en la cual, y en lo que sigue, me sitúo como punto de arranque para un análisis conceptual que, claramente, se sitúa en un segundo nivel.

2. Y, desde esta perspectiva, se puede observar que cuando esa especie humana ha estado bajo una Burbuja o Ámbito como el Simbólico, se ha construido un tipo de Matemática, la Simbólica, en función y a la vez soporte de esa misma visión.

Muy esquemáticamente señalo que, situados en este Ámbito, se quiere que la naturaleza esté escrita en lenguaje matemático. Por el principio de correspondencia, el número y la figura 'son' lo que representan, constituyen expresión o manifestación del ser como es y por ello aportan, simultáneamente, conocimiento de lo real. Por supuesto esos números, esas figuras geométricas no son los números o las figuras comunes, los manejados en la vida ordinaria: son elementos que van más allá de los que se manejan en la vida práctica. Se les carga de lo que se ha denominado misticismo del hacer matemático.

Y así, 3 es la imagen de la Trinidad -San Agustín- y de las potencias anímicas del hombre; 5 es la representación de la unión entre el primer par y el primer impar y, por ello, símbolo de la vida; 12 son las tribus de Israel, los apóstoles, los profetas mayores, los signos del Zodíaco, los trabajos de Hércules; 7 son los días de la Creación, los dones del Espíritu Santo, los brazos del candelabro, los actos del alma, las orientaciones en el espacio... Y con estos números se componen cuadrados mágicos, diabólicos, cabalísticos, cuadrados que representan, por el 4, los cuatro elementos, los cuatro caracteres humanos, las cuatro causas...; o pentágonos con sus pentágonos inscritos que llevan al infinito siempre pentagonalmente..., o el *modulus* que exprese las proporciones adecuadas entre la maqueta y el edificio, entre el hombre y su estatua proporcional...

Numerología, etc. que no es mera especulación sino que está inmersa en una concepción y en una visión de lo real con su valoración asociada. Con sus consecuencias incluso organizativas del cosmos y de algunos pueblos que han de estructurarse socialmente conforme a esos números sagrados y ocupar los territorios según unas figuras y cifras simbólicas... En este Ámbito Simbólico, la Matemática da conocimiento y estructuración directa de lo real, trascendiendo lo sensible, lo perceptible.

No sólo conocimiento, sino también instrumento que permite operar sobre lo real. Un operar a través de su aplicación en la predicción de fechas y acontecimientos como en la astrología; o en búsqueda de proporciones y elaboración de imágenes para la construcción de palacios, pirámides... Me basta mencionar el papel que ha tenido en la arquitectura en España bajo Felipe II con su astrólogo-matemático Herrera, quien compuso todo un tratado sobre el Cubo y la Esfera. En otros campos, todavía un médico, en el s. XVII, y en España, tiene que estudiar Matemáticas -el *quadrivium*- no por la Matemática en sí, sino porque en ella está la astronomía que le posibilita saber, por el cálculo astrológico, en qué momento debe recoger unas determinadas plantas y en qué momento debe aplicarlas al enfermo para eliminar los 'vicios' de la sangre que le provocan la enfermedad...

No ha sido fácil romper -si es que se ha roto- con el Ámbito Simbólico y, consecuente, con el papel de una matemática propia de ese Ámbito. El término que en Francia se va a manejar a partir del s. XVI, del XVII es el de ‘geómetra’ frente al de ‘matemático’ porque este sigue ligado al de astrólogo, sigue inmerso en el Ámbito simbólico y no en un nuevo tipo de Ámbito, el Conceptual que se ha ido desarrollando al menos en Francia.

Incluso Descartes busca una Mathesis universalis -que no es el cálculo, ni la figura geométrica vulgar- que de cuenta, a través de la proporcionalidad y el orden, de un saber definitivo que, en última instancia, se encontrará fundamentado en Dios. Y se tienen las dificultades para aceptar unas elipses por parte de Galileo por romper la perfección de la circunferencia en cuanto dato primario al que se ha de conformar la physis; o los problemas que le surgen al establecer transformaciones geométricas que enlazan una circunferencia con una recta y ésta pasa a ser considerada una circunferencia de radio infinito; se plantea un problema como el de la transustanciación: cambio no ya de figura, sino de sustancia, de elemento singular dado, de cuerpo...

En el Ámbito Simbólico, que normalmente consideramos marginado, como superado ya por la racionalidad, se ha elaborado un tipo de Hacer matemático, que no ha sido neutral en el plano epistémico. Un hacer que, en ese Ámbito, da conocimiento, un cierto tipo de conocimiento.

3. He dicho, Ámbito Simbólico que hoy consideramos marginado, ‘superado’ por un Ámbito propio de la razón. Pero estas palabras encierran una componente valorativa, no estrictamente conceptual. ¿Marginado, Superado? Más bien reemplazado en parte, sustituido por otro Ámbito en el mundo occidental, el de la razón conceptual, y en momentos como los actuales el de la racionalidad tecnológica, asumidas con un carácter no menos Simbólico que en el pasado.

Una parte de la especie humana, la occidental, parece romper con el Ámbito simbólico y le contrapone otro, que quiere apoyado en la razón. Un Ámbito Conceptual que, para construirse, ha de establecer una nueva visión de lo real, visión que cae bajo lo que denominar mecanicismo racionalista y que no es menos simbólica que la anterior.

Este Ámbito, ahora Conceptual, obliga a crear un hacer matemático distinto al simbólico, entre otras cosas porque se han planteado unos problemas que hay que resolver y que van, en gran medida, ligados al movimiento. Así, por ejemplo, hay que calcular la posición de un barco en el mar y ello obliga a unas representaciones geométricas en el plano y manejar unos 'caracteres' supeditados a un sistema de coordenadas. No como especulación geométrica a lo Tolomeo; ahora es requisito esencial que tiene consecuencias políticas y económicas muy tangibles.

Ello exige trazar curvas que den cuenta de las trayectorias de los cuerpos, bien sobre la superficie esférica, bien sobre sobre el plano a través de una representación estereográfica o cónica de la misma; situar trayectorias de navegación posibles que hagan la ruta mínima cuando esa trayectoria posible se actualice; representar lugares, costas de la manera más adecuada... Cuestiones, problemas cuya respuesta obliga la existencia de sistemas de representación en el plano y, en ellos, el empleo de coordenadas. Un uso explícito que implica que la creación de los sistemas de coordenadas está en el aire. Pero también la cuestión de la propia naturaleza de las curvas representación de esos movimientos, y cómo estudiarlas, cómo clasificarlas...

Y Fermat, Descartes plasmarán esos sistemas y los intentarán aplicar para la determinación de curvas, para su clasificación en función de la expresión obtenida. Más allá de lo puramente representativo, los caracteres a que obligan estos sistemas de coordenadas conllevan el paso a lo algebraico. Y frente a la geometría ‘deductiva’ sintética va a surgir la geometría 'algebraica' apoyada en las mal llamadas 'coordenadas cartesianas'.

Con un problema metodológico a debate: la geometría algebraica rompe con el método demostrativo euclídeo pero, a pesar de ello, puede dar cuenta de las propiedades euclídeas e, incluso, ir más allá porque puede manejar curvas algebraicas y distinguirlas de las trascendentes y, a la vez, puede englobar las cónicas en sólo una fórmula... Debate metodológico que conlleva la asunción de que cuando se está construyendo una nueva matemática, el método apagógico puede quedar marginado, mera prolongación para convencer a los escépticos...

Por otro lado, hay que dar cuenta de otro tipo de movimiento que también tiene sus consecuencias pragmáticas: Tartaglia estudia la trayectoria de la bala de cañón. Galileo acierta a encontrar la parábola, y su expresión matemática asociada, pero en un espacio en el cual no hay, contra lo que ocurre en el espacio que nos rodea, rozamiento. Ese hallazgo exige la existencia de un espacio especial, vacío pero geometrizado, métricamente geometrizado.

Dos problemas -ligados al movimiento- entre otros muchos que surgen en un nuevo tipo de sociedad. Pero el movimiento es algo más. No sólo es problema práctico de navegación o militar de alcance de proyectiles, ni puramente conceptual, sino de constitución y visión de la physis. Su planteamiento y resolución exigen establecer nuevos elementos en la conceptualización de la misma. Conducen a considerar que, en esa physis, todo está compuesto de partículas infinitesimales desde las cuales se puede dar cuenta del total y que esas partículas están en movimiento, como lo está la Tierra y los planetas: todo está en movimiento, no en reposo. En un movimiento uniforme como el de esos planetas, como el de la Tierra.

Pero si todo está en movimiento lo que importa no es tal movimiento, sino el cambio de movimiento. Un cambio de movimiento que depende de la masa del cuerpo y de su relación con otras masas, con otros cuerpos y ello exige establecer la posición de ese cuerpo tanto en el espacio como en el tiempo.

Todo en movimiento, pero en movimiento uniforme y también rectilíneo. Y esta ya no es una afirmación física, sino meta-física. Es una afirmación acerca de la constitución de lo real que no tiene contrapartida alguna en lo sensorial, en lo perceptivo. Para establecerla exige del mismo espacio requerido por Galileo: un espacio geométrico con métrica euclídea en el que incluir unas masas puntuales que estén en movimiento uniforme y rectilíneo si no hay otras masas puntuales con las que se interrelacionen; algo inimaginable en el espacio, en la physis que nos rodea.

En un espacio conceptual de esta naturaleza se hacen datos esenciales unas cualidades primarias: las relacionadas, precisamente, con esta nueva visión de lo real. Se hacen cualidades primarias las únicas que importan para el estudio, en este espacio métrico euclídeo -convertido en receptáculo o contenedor-, del movimiento de masas puntuales en movimiento uniforme y rectilíneo; se hacen cualidades primarias la masa, aceleración, fuerza, posición... Y se hace esencial manejar todo esto de alguna manera y surge un nuevo tipo de Matemática, el Cálculo Infinitesimal en sus dos vertientes: desarrollo en serie o de fluentes, cálculo diferencial e integral con su secuela de ecuaciones diferenciales y de la noción de función.

Esto último indica que lo que se hace esencial no es ya un nuevo enfoque metodológico y un nuevo tipo de instrumental más o menos válido o adecuado, sino una nueva consideración en cuanto al saber epistémico y algo más: en cuanto a lo constitutivo ontológico de esa realidad que se pretende conocer.

Desde lo epistémico lo que se tiene es un saber, ahora local, de la physis: desde lo local o infinitesimal se puede dar cuenta del comportamiento del total mediante la integración de lo obtenido en lo diferencial, en la ecuación diferencial correspondiente. Pero algo más que epistémico: ese total viene determinado por el comportamiento de sus partículas infinitesimales, diferenciales, comportamiento que se expresa en una ecuación diferencial porque el movimiento de un cuerpo, reducido a su masa puntual, es un fluente-función continua diferenciable en cada uno de sus puntos. Esa concepción unitaria fluencia-función continua-diferenciable reactúa sobre el tipo de ser atribuible a la physis: obliga a captar los fenómenos con un comportamiento lineal porque la diferencial y la integral son operadores lineales.

Se tiene, así: Estudio local en el entorno de un punto del comportamiento de un fenómeno con su ecuación diferencial asociada y, desde el saber obtenido mediante la integración de dicha ecuación y el dato de unas condiciones iniciales, paso al saber del comportamiento del fenómeno en su globalidad. Pero, también, elementos que van más allá de lo estrictamente epistémico, como los de linealidad, determinismo, uniformidad de la physis condicionada por la homogeneidad del espacio métrico euclídeo en el que se está trabajando con su isotropía asociada, necesidad de unos sistemas de referencia que permitan situar las masas puntuales y sus trayectorias de manera absoluta y no relativa o, de modo equivalente, necesidad de un espacio y tiempo absolutos frente al espacio y tiempo relativos o de la vida ordinaria...

Un nuevo tipo de hacer matemático-físico con el que se obtiene un conocimiento, un saber de la physis, pero en sólo uno de aspectos, el ligado a un fenómeno como el del movimiento, bajo una concepción como la del mecanicismo. Conocimiento mecanicista sectorial y no global o total de la physis, pero un saber que es simultáneamente matemático y físico porque la trayectoria 'real' del cuerpo es una curva y esta es una función continua derivable, y la primera derivada da el saber de la velocidad en un punto y un instante y, mucho más importante, la segunda derivada da el conocimiento del cambio de movimiento. Ese cambio de movimiento se postula que es proporcional tanto a la fuerza como a la masa de los cuerpos que intervienen en cada instante. Proporcionalidad cuya fórmula, cuya ecuación se convierte en ley, en principio matemático de esa physis. Es el Hacer matemático el que constituye y da razón del conocimiento del movimiento, del cambio de movimiento en la physis. Pero en una realidad transformada y, además, sectorizada.

En una realidad que ahora no es ya del lugar, la de cuerpos constituidos por Aire, Tierra, Agua, Fuego, sino en una realidad formada por cuerpos que se convierten en masas puntuales en un espacio muy especial, en un espacio geométrico con métrica euclídea en el que esos puntos en permanente movimiento pasan a tener unas propiedades y unas relaciones funcionales que vienen establecidas por el espacio y no por las cualidades propias del espacio del lugar.

4. Un nuevo tipo de Hacer matemático y un nuevo tipo de conocimiento de la physis, de una physis transformada, que muy pronto se va a escindir. Desde su origen hubo problemas porque era un tipo de hacer que imponía una visión de lo real que chocaba con los residuos de lo Simbólico.

Ya Descartes había insistido en que un saber de la physis tenía que serlo de lo global -y de ahí su ataque a Galileo, por dedicado a problemas sólo locales, sectoriales, cuando lo que importa en el auténtico saber es un conocer de lo global-, un saber que sólo puede venir establecido por principios metafísicos. Principios que, en el fondo, den cuenta tanto del saber de la physis como de la posible efectividad del hacer matemático. Divulgador del mecanicismo y creador de una physica de cuerpos en choque, pero carente del hacer matemático que haga factible el nuevo tipo de saber que ese mecanicismo impone, Descartes fabricará 'fábulas' y combatirá, en el fondo, a los geómetras en beneficio de los metafísicos, de los auténticos encargados de construir sistemas acerca del mundo. En su línea, los denominados, muy pronto, 'metafísicos'. Los 'filósofos naturales', los geómetras -y son términos de Euler- pretenderán mantener que el conocimiento de la physis no puede desligarse del hacer matemático y que en ese conocimiento de la physis, lo que constituye la 'filosofía natural' no revelada, no se requieren más que 'principios matemáticos'.

La escisión llega a hacerse, inmediato, radical. Por una parte, el Hacer matemático que es idéntico al hacer físico, a la praxis científica. Por otro, la Filosofía que no puede, ni debe, manejar los instrumentos propios que lleven al conocimiento: la Matemática y la experimentación. Pero también se prohíbe, desde la Filosofía, hacer tal filosofía con métodos matemáticos. Es el principio de demarcación establecido por Kant, además de las barreras que a lo epistémico impone el mismo Kant: no podemos conocer, no conoceremos el noumeno, la realidad en sí, sino únicamente el fenómeno, lo que se nos da ante la sensibilidad. Queda, así, por un lado, la Filosofía, por otro, la praxis científica, propia de los filósofos naturales que consiguen aunar el mecanicismo cartesiano con el cálculo infinitesimal.

Condicionando un tipo de sociedad que apuesta por unas formas sociales y productivas determinadas. Y que conducen a lo que Kuhn calificará de Segunda Revolución científica: la introducción de la medida y el cálculo en la praxis científica. Lo que importa, ahora, no es lo formal sino lo material productivo. Y la introducción de la cuantificación y el rumbo adoptado por la sociedad industrial occidental, lleva aparejada que el Hacer matemático se escinda en dos ramas o tipos: Conceptual y Tecnológico o computacional que se irán desarrollando, en paralelo, a lo largo del s. XIX y el actual.

Desde esta escisión se produce la aceptación de una tesis que retoma la postura de Aristóteles y que, de alguna manera, modifica pero reafirma, ahora en otro plano, la posición kantiana. De manera no sé si sorprendente hay un acuerdo común que va desde Aristóteles a Heidegger, desde el empirismo al materialismo dialéctico y a la filosofía analítica anglosajona o al neopositivismo, un acuerdo en que el Hacer matemático -aunque constituya un saber coherente y racional en sí- no hace referencia alguna a lo real, sea este real de alcance metafísico como la sustancia de Aristóteles o el *sense data* de empiristas y positivistas.

Un acuerdo que se justifica de muchas maneras. Así, en términos próximos a los aristotélicos, el Hacer matemático es manifestación de un pensamiento puramente formal, carente de ser y sólo puede estudiar aspectos de las cosas que no estén afectadas por la materia; los objetos de la physis infralunar son sustancias contingentes con sus atributos y son entes individuales, no relacionales, por lo que son irreducibles a entidades más últimas. La Matemática, obtenida por abstracción de las cosas sensibles, pierde, por eliminación, esas cualidades sensibles por lo que sólo podrá utilizarse en aquellos campos que carezcan de las mismas. De aquí que constituya un hacer que, en su aplicación a la physis en algún caso concreto, permita "salvar los fenómenos" pero, mero elemento hipotético, nada diga del ser de estos fenómenos por lo que hay que agregar, siempre, un estudio posterior de los mismos. Estudio en el que, auténticamente, se logre el saber acerca del ser de dichos fenómenos.

En otros términos menos ‘metafísicos’, se justifica la necesidad de ir más allá del uso de la Matemática en la praxis científica porque el empleo del formalismo matemático es tal que una interpretación de dicho formalismo no puede ser derivado del propio formalismo.

Con uno u otro tipo de justificación, se tiene el acuerdo de que para la auténtica comprensión y saber de la physis hay que ir más allá de la Matemática. Esta no permite, en su aplicación a la physis, dar una explicación de lo que en esa aplicación se hace y por ello se requiere, siempre, de una interpretación semántica. Aunque se reconoce, ciertamente, que la aplicación de la Matemática posibilita hacer las cosas más fáciles para esa posterior interpretación epistemológica.

Curiosamente, son posiciones en las cuales también parece existir un acuerdo básico: se admite que la Matemática es un saber en sí, ciertamente formal, racional, con su estructura derivativa o demostrativa y su problemática intrínseca tanto ontológica como epistemológica, con su problemática genética... Lo que se niega es su valor epistémico para la physis. Incluso se formula un dilema como el de Benacerraf que, apoyado en una teoría causal del conocimiento, implica o bien la inexistencia de los objetos matemáticos o bien la inexistencia de un conocer a través de la Matemática y tratando de superar el dilema algún pensador pretende una física newtoniana sin matemáticas, sin números...

Desde este acuerdo y consideración surge una tentación que supone lo que califico de una primera venganza de ese hacer matemático desterrado de lo epistémico: por un lado, se admite que el hacer matemático es un hacer riguroso, exacto, hasta se le aplica el adjetivo 'verdadero' -lo cual entraña un sin-sentido si la verdad se interpreta como adecuación de una proposición a lo referido en la misma: formal, la proposición matemática carece de contenido referencial...-. En cualquier caso las proposiciones matemáticas son 'teoremas' obtenidos a partir de unos primeros principios o axiomas que son verdades de razón, fundamentadas en Dios para los racionalistas o, en última instancia, no se sabe muy bien en qué porque no parece que su exactitud pueda derivarse de los datos de la experiencia -y esta es una de las grandes cruces de todo empirismo ingenuo que ha llevado a identificar Lógica con Matemática consideradas como puras ciencias formales-. Por otro lado, el conocimiento empírico, formado por razones de hecho y apoyado en los sentidos, es siempre un conocimiento incierto, inseguro.

Y la tentación, con la venganza incorporada, se plasma en una pregunta muy tradicional: ¿cómo obtener conocimiento ‘físico’ acerca del mundo del mismo tipo que el se tiene en la Matemática? Es decir, cómo alcanzar un conocimiento tan verdadero -por adecuado a lo experiencial- como el que se admite posee el hacer matemático, pero esta vez desde lo incierto, partiendo de unos sentidos que engañan, de unas percepciones que no se sabe muy bien en qué consisten. Desde un cierto estado de inseguridad la praxis científica pretende la obtención de un saber ‘cierto’, ‘indubitable’, ‘seguro’ al estilo del que atribuye a un Hacer al que sin embargo ha despojado de cualquier valor epistémico de lo real.

Y la venganza se centra en que desde esta posición se mira a la Matemática como ejemplo a imitar en dos campos: por un lado, en lo demostrativo, en lo more geométrico. Ello exige la búsqueda de unos primeros principios indubitables de los que derivar el resto del conocimiento avalado, ciertamente, por lo experiencial. Es la línea seguida por ejemplo por Huyghens en su **Horologium Oscillatorium**... Y no sólo por Huyghens: es la línea seguida en la búsqueda de principios de conservación que planeará a lo largo del s. XIX.

Principios que actúen de causas de los propios fenómenos y, por ello, expliquen, den cuenta auténtica de los fenómenos físicos, de lo real. Causa no ya formal sino eficiente. Principios en paralelo a los axiomas matemáticos de los que se deriva la 'verdad' de los teoremas.

Por otro lado, el hacer matemático se va a utilizar como instrumento calculatorio, elemento auxiliar del auténtico saber de la physis. Y se acude al elemento matemático porque, y es el razonamiento justificativo tradicional, al manejar cualquier instrumento técnico con el que realizar unas observaciones, unos experimentos, en ese manejo se obtienen unos números, resultado de las medidas. Esos números se enlazan entre sí mediante unas relaciones que son las que dan paso a unas funciones. De aquí que el Cálculo analítico se haga imprescindible. Bien entendido, cálculo que requiere, que exige del previo paso de unas observaciones, de unos experimentos y, posteriormente, de una interpretación interna al campo científico en el que se realice dicha experimentación. Y son las fases que se enuncian en toda obra de Filosofía de la ciencia en cuanto al método.

En otras palabras -y esta es la venganza- hay que utilizar o imitar la matemática para obtener conocimiento aunque se afirme que ella, en sí, carece de conocimiento. Para paliar esta venganza se admite, de modo implícito, que el instrumento utilizado para obtener el saber no influye para nada en ese saber. Sierva de las Ciencias, la Matemática posibilita el saber y, además, permite la expresión en signos, en fórmulas y ecuaciones, incluso se hace lenguaje indispensable para alguna de las disciplinas científicas, fundamentalmente en la Física -ahora término específico de una determinada disciplina-.

Pero se niega que imitar o usar signifique identificar o influir en el conocimiento. La Matemática es neutral para el conocimiento como afirmará en 1872 Roberts.

5. Neutralidad, a pesar de ser imitada o usada, a pesar de mostrarse indispensable. Uso que obliga a las tres fases para obtener el conocimiento científico que se convierten en tópico de la investigación científica. Experimentación y recogida de datos, formulación y resolución matemática, interpretación de lo obtenido. El hacer matemático, mero instrumento calculatorio y de medida; ahora, quien dice matemática, dice calcular y medir y quien dice ciencia dice experimentar mientras que sus conceptos son, únicamente, los que hoy se califican de magnitudes o conceptos cuantitativos.

Es, la posición anterior, lo que refleja la inflexión cuantificadora a lo largo del s. XIX donde una sociedad en plena revolución industrial requiere de la medida, de la cuantificación, de la técnica experimental y donde la Matemática viene dada en tablas de funciones, en tablas de computación y se convierte en Matemática aplicada.

Me limito a citar un testimonio. Un excepcional experimentador y teórico de la termodinámica y especialmente de la física del frío, Kamerlingh-Onnes escogerá como tema para su disertación inaugural como profesor en la Universidad de Leiden el siguiente: "La importancia de las investigaciones cuantitativas en la ciencia física". Y en esa lección inaugural pedirá que el lema **door meten tot weten** (por la medida al conocimiento) sea escrito en las puertas de los laboratorios de física de todo el mundo.

Manifestación testimonial de la convicción de que una disciplina científica se constituye como tal ssi se cuantifica, ssi en ella se mide pero, siempre, una cuantificación condicionada por el experimento. No hay, aparentemente, teoría previa que condicione ese experimento, las medidas obtenidas en él.

6. Junto a este enfoque, que considera el Hacer matemático instrumento que posibilita el conocimiento, pero neutral tanto para la obtención como interpretación del saber, se tiene un Hacer matemático ‘puro’, desgajado del saber, carente de contenido epistémico. Un Hacer matemático que sigue lo que calificaría de programa Lejeune-Dirichlet. Nombre en función haberse convertido en lema para alguna escuela matemática de este siglo, en bandera de crítica igualmente hacia la puridad de la matemática. Lejeune-Dirichlet, lamentando el fallo de la Academia francesa al no haber reconocido los trabajos de Abel, confrontará el tipo de matemática que se sigue en Francia, una Matemática aplicada, siempre en función o al servicio de, con un hacer matemático realizado únicamente

por el honor del espíritu humano.

Frente a la aplicación, el cultivo intrínseco. Independiente, aparentemente, a las exigencias de un saber, de un conocer de la physis. Y digo aparentemente porque algunos cultivadores de este hacer no son tan independientes de las pretensiones del conocer la physis como se quiere en las Historias y los tópicos al uso. Y menciono a Gauss, a Riemann.

Algún matemático intenta contrastar con la physis sus hallazgos. Porque al menos alguno de los terrenos que trabaja -y no menciono la denominada Mecánica racional, sí la Geometría-, lo estima ciencia del espacio, ciencia empírica por tanto y que da un saber de ese espacio. El problema es que la sociedad en la que se mueven no está para mantener esas líneas. La sociedad quiere medidas, producción y no lo que, desde este enfoque, se podría tomar como especulación. El espacio **es** métrico euclídeo. La matemática, forma conceptual, se apoya en el signo y en la demostración. No da ni puede dar conocimiento. En algún caso, educación, como en la Gran Bretaña para los hijos de una determinada clase social.

Y desde esta Matemática 'pura', desligada, escindida de la physis se construyen, a lo largo del siglo XIX, espacios abstractos, cardinales y ordinales transfinitos, estructuras algebraicas... Y se desarrollan nuevos tipos de demostración -como el método de la diagonal-, se aceptan nuevos tipos de definición -como el dado por la relación de equivalencia y su conjunto cociente asociado, la definición implícita o por postulados-... Se elimina el enfoque intensional y se pasa al extensional distributivo, con lo cual se crea la Teoría de funciones de variable real, el Análisis matemático y no ya el Cálculo infinitesimal, se diferencia entre continuidad y diferenciabilidad, se quiere que hayan desaparecido los infinitésimos... Se construye lo que he denominado una Matemática Global, puramente conceptual.

Si no da saber epistémico, saber de la physis, sí construye nuevas formas demostrativas, nuevos tipos de definición, nuevos enfoques en lo que considerar objetos de conocimiento... aunque algunos sigan sosteniendo que es un hacer meramente formal.

7. He indicado, escisión en dos líneas: por un lado, Matemática aplicada y, por otro, Matemática pura o formal, aunque en ambos casos y para lo epistémico la consideración será la misma. Ambas son neutrales para el saber, para el conocer.

Desde esta escisión con su valoración asociada de neutralidad que, como he indicado, se adopta como tópico, cobra todo su sentido una problemática como la de Wigner cuando plantea, en 1960, la irrazonable efectividad de la matemática en las Ciencias naturales. Ensayo que da paso a polémica y que desde los físicos se responde con la irrazonable efectividad de la física en el hacer buena matemática o en la Perniciosa influencia de la matemática en la ciencia...

Independiente a la polémica -que tiene sus motivaciones de orgullo departamental y algo más que orgullo: intereses profesionales asociados- lo que se tiene es la clara convicción de que si la Matemática es un hacer formal, neutral para el conocer, para el saber, ¿cómo es que desde su neutralidad provoca la obtención de un cierto saber de la physis? Desde esta convicción aparece como una especie de milagro que, en muchas ocasiones, el matemático vaya por delante del físico, de la ciencia y construya teorías ‘formales’ como las geometrías no-euclídeas -meras supercherías del tipo de la astrología o la alquimia como afirma Frege-, los cuaterniones como generalización de las leyes formales de los números, el álgebra booleana, espacios vectoriales normados de Hilbert, integración Lebesgue... Construcciones conceptuales obtenidas con independencia de elementos epistémicos pero que se hacen indispensables al físico para que pueda obtener el saber de lo real que siempre ha pretendido obtener.

Podría argumentarse que sólo muy pocas disciplinas científicas requieren esa 'matematización'. Y que, aunque algunas lo requieran, como la Física, lo requieren de una manera necesaria, pero no suficiente. Es cierto que en los experimentos lo que termina leyéndose en los cuadros y diagramas son variables numéricas y, por ello, hace falta el manejo de las funciones; es cierto que, en otros casos, en lugar de variables numéricas se requieren estructuras algebraicas o topológicas... Pero ello no implica que ni en el plano genético ni en el epistémico entre esta necesidad.

Si se hace física, se requiere evidentemente del manejo de instrumentos y estos pueden ser materiales o conceptuales. Los aparatos técnicos son los instrumentos materiales; el lenguaje matemático, los instrumentos conceptuales. Pero se quiere que ni los aparatos materiales influyan en la génesis, proceso y estructura del saber obtenido, ni tampoco los conceptuales. Galileo requiere del anteojo para ‘ver’ los satélites mediceos. Es un aparato material necesario. Pero lo que ve -unas manchas junto a Júpiter- requiere una interpretación astronómica, no telescópica. Y sólo desde la interpretación propia, cabe ver lo que se ve como lo que realmente es -satélites mediceos y no unas manchas que muestran distancias diferentes cada noche de observación-.

Lo mismo ocurre con el instrumental matemático: permite expresar los resultados de unas medidas y observaciones en un lenguaje formal -fórmulas y ecuaciones- que es realmente operativo. Pero sólo desde la interpretación propia de la disciplina en la cual se está manejando tiene sentido el resultado final de las operaciones realizadas.

No hace falta más. Sólo tener presente que, en estudio de cada fenómeno, habrá que utilizar un tipo de instrumento: el apropiado para cada caso. Si se están observando los satélites mediceos es claro que una pila de Volta carece de sentido. Pero si se pretende descomponer el agua en sus componentes, el instrumento que carece de sentido es el telescopio y lo tiene, pleno, la pila de Volta. Inoperantes ambos instrumentos si lo que se quiere es obtener una partícula fundamental y determinar su masa porque en este caso lo que se requiere es un acelerador de partículas... En analogía, si se pretende un estudio acerca del espacio-tiempo en su globalidad se tendrá que requerir un tipo de espacio-tiempo adecuado...

Instrumento como elemento necesario pero no suficiente para el saber.

8. Sin embargo... Cabe plantear si, al ser el instrumento una condición necesaria para el saber, para un tipo de saber determinado, no condiciona también -y es la segunda venganza del Hacer matemático- lo que en ese saber se obtenga. Y los ejemplos que he indicado creo que lo han sido en esa línea. ¿Cómo saber que un instrumento es adecuado para un tipo de conocimiento hasta que no se maneja en él? ¿Se puede asegurar que el experimento carece de valor heurístico y explicativo? Si unos fenómenos, para su captación, requieren un cierto instrumental y otros fenómenos requieren de otro tipo, ¿no cabe plantear la pregunta de que la necesidad de estos instrumentos va más allá de su mera manipulación?

En otras palabras, estoy indicando que cabe modificar el planteamiento. Al comienzo señalé que se parte de la Matemática y se pretende, en el fondo, relacionarla con otros saberes o disciplinas -especialmente con la física-. Y la posición mantenida en el programa que refleja la concepción de la neutralidad del saber formal matemática, su nulidad epistémica por no tener acceso al ser, o a la sustancia en términos más aristotélicos parece mantener que se sabe qué es una disciplina científica y que, en el fondo, se estima también como un campo acotado. Desde esta posición, partir de la Matemática conlleva plantearse su irrazonable efectividad, pero lo mismo ocurre si se parte del campo acotado de la Física: dos compartimentos estancos.

Pero puede invertirse el problema y en lugar de preguntar cómo obtener un conocimiento cierto de la physis, a imitación del matemático en cuanto a su certeza, se puede pasar a preguntar ¿qué está envuelto en el conocimiento de la physis?

Desde esta pregunta se puede sostener que en alguno de los sectores de lo real el saber de ese sector sólo es factible porque dicho sector de lo real se constituye, por acotación, desde la Matemática en unión con unos cuadros metafóricos y unos instrumentos técnicos previos. Es aceptar que la Matemática tiene un papel constitutivo no neutral para el conocimiento y obliga a la elección de unas u otras variables de estado. Es decir, que la matemática junto a unos cuadros metafóricos y unas técnicas adecuadas, obliga a establecer unas u otras cualidades como primarias o secundarias y desde esa constitución cobra sentido manejar unos u otros tipos de instrumentos, unos u otros tipos de hacer concreto matemático.

Desde esta inversión, el hacer matemático no se muestra como mero instrumento inocuo para el saber, sino como un modo o forma de pensar lo real, de aprehender la realidad. Por supuesto, una realidad transformada por constituida por lo que, con Poincaré, cabe denominar ‘seres de inteligibilidad’, seres de naturaleza esencialmente matemática.

Esto implica, evidentemente, un cambio en cuanto a la concepción de lo real y considerar que la naturaleza de las cosas, su ser o sustancia en cuanto a lo epistémico -sin entrar en lo ontológico- se encuentra más allá de lo sensible y es, por ello, formal. Un más allá que sólo puede adquirir la forma matemática por lo que sólo desde la matemática se puede captar en cuanto a su manifestación fenoménica. Y es lo que condiciona no ya un conocer por 'abstracción' o por unas sense data, sino a través del dato previo de una estructura y lenguaje matemáticos.

En otras palabras, el hacer matemático en lugar de enfocarse como instrumento inocuo para expresar en lenguaje formal unas relaciones físicas, puede enfocarse como elemento constitutivo de mundos posibles de lo real y, con ello, es el que posibilita descubrir las relaciones entre los fenómenos realmente existentes.

El hacer matemático, como modo de conocer la realidad, viene obligado a la construcción de espacios o estructuras que poseen una representación en la physis o, en otros términos, viene obligado a la construcción de modelos de sectorizaciones de lo real.

No se trata, ahora, de que esas construcciones sean o no verdaderas, se trata de que la ejemplificación en lo real obtenida a través de sistemas representacionales mediados por las observaciones y experimentos dirigidos conlleven lo establecido en la construcción. Observaciones y experimentos dirigidos que se enfocan, igualmente, como no meramente falsadores de unas proposiciones obtenidas a partir del modelo, sino que pasan a tener otro estatuto de carácter intrínsecamente epistémico, porque condicionan el tipo de sector de lo real a conocer y, desde lo heurístico, permiten modificar algunos elementos del propio modelo.

Esto no implica la afirmación de manejar la matemática sola -como en el Ámbito Simbólico- pero tampoco el hacer físico solo, sino que hay que manejar la physis y la matemática simultáneamente. El valor epistémico del hacer matemático se centra en su unión con la disciplina correspondiente al sector de lo real que se pretenda conocer. En **El valor de la ciencia** cabe leer

> La física matemática y el análisis puro no son únicamente potencias limítrofes, teniendo relaciones de buena vecindad; se penetran mutuamente y su espíritu es el mismo.

No sólo Análisis puro: también una noción como la de grupo permite el estudio de las propiedades del espacio como las que permanecen invariantes bajo las transformaciones de un grupo determinado. Un modo de pensar que rechazaron los físicos de los primeros años de este siglo pero que ha terminado por imponerse entre ellos. Un modo de pensar algebraico-físico, unido, como clave para obtener un saber, un conocimiento de una parcela de la physis. Y habría que agregar nociones como las de variable estocástica, o los métodos estadísticos...

Desde esta posición el hacer matemático se me presenta como no neutral para el saber, no inocuo en el terreno epistémico, sino todo lo contrario: se convierte en elemento constitutivo para que pueda obtenerse un saber de la physis. Ciertamente no un saber global sino de parcelas de lo real. Y es lo que, en último término, indiqué al hablar de la creación de una Mecánica racional, donde hacer matemático y elemento físico iban unidos:

movimiento de masa puntual como flujo o función continua... Y es lo que ocurre con el trabajo de Maxwell en electromagnetismo, donde el flujo de las líneas de fuerza, el campo electromagnético, también es una función continua...

9. Desde este enfoque cabe una vista atrás y no detenerse únicamente en la unión señalada en los comienzos de la ciencia nueva, en momentos estelares posteriores. En Grecia, en la constitución, precisamente, de las disciplinas más científicas que construyeron -Óptica geométrica, Astronomía de posición-, lo hicieron mediante lo que calificar de modelos morfológicos de lo real. No entro en detalles. Únicamente indicar que, frente a lo observado, este tipo de modelo posibilita obtener un conocimiento de la physis imposible de otra manera. Y no sólo de la Astronomía o región supralunar inmaterial por lo cual podría aplicarse en ella la matemática para 'salvar los fenómenos' y obtener así una construcción genial de epiciclos y eferentes, sino también en la región infralunar, material y corruptible, donde se puede obtener la longitud de la circunferencia terrestre con sólo dos observaciones y una aplicación de la Geometría... Y ello porque, con palabras de Gémino, la Geometría quiere que...

O ir más acá y detenerse en el hecho de que si adoptamos un espacio de fases, uno de los teoremas centrales de las ecuaciones diferenciales indica que

> todo sistema dinámico da lugar a una ecuación diferencial y, recíprocamente, toda ecuación diferencial tiene asociado un objeto que es un sistema dinámico si está definido para todo t, con t interpretado como variable tiempo.

En otras palabras: el comportamiento de un sistema dinámico viene determinado por y determina un sistema de ecuaciones diferenciales. Conocer el comportamiento de un sistema dinámico -sea o no disipativo- exige saber resolver ecuaciones diferenciales, sea de un modo cuantitativo, sea de un modo cualitativo.

10. No hay neutralidad epistémica en el Hacer matemático sino que, cuando se integra con otros haceres, hay elemento constitutivo epistémico de un sector de lo real. Claramente, de sectores acotados de lo real: aquellos que pueden ser delimitados desde una visión matemática y, simultánea, metafórica. Pretender un saber de lo global o un saber que no pueda constituirse a partir de 'seres de inteligibilidad' queda, por ahora, fuera del alcance del tipo actual de hacer matemático construido. Y ello no implica que no puedan existir otros tipos de saber, de conocimiento de lo real...

[2]. Tesis 1, p. 61, en "Platon et/on Aristote-Leibniz. Théorie des ensembles et théorie des Topos sous l'oeil du philosophe". En Panza-Salankis (eds.): **L'objetivité mathématique. Platonismes et structures formelles**. Masson, P. 1995. Pp. 61-83