EN LUGAR DE DISCUTIR, CALCULEMOS

Javier de LORENZO

La utopía de Leibniz ha cobrado radical actualidad con los problemas de IA, con la renovación de las polémicas mente=máquina. Aquí se explicitan algunos supuestos básicos, ontológicos y epistemológicos, del programa leibniziano, y se obtiene que, en ellos, no se ha logrado alcanzar el 'calculemos'. Desde el Ámbito conceptual, y entre otras consecuencias, se analiza la equivalencia Deducir=Calcular: los resultados de indecidibilidad e incompletitud en Lógica, y a través de la noción de complejidad, muestran la inviabilidad de la misma. El razonamiento matemático, al menos, sigue sin reducirse al Calculemos, aun con la precisión de la noción de algoritmo y la tesis Church-Turing.

Acogiéndome al título del Simposio, permítanme que comente dos textos, breves y muy conocidos, de Leibniz. En ellos se resume una de sus utopías más queridas. Los textos son:

> Creo que jamás podrá ponerse fin a las controversias (...) si no se llega de razonamientos complicados a <u>cálculos</u> simples y de palabras que tienen significados vagos e imprecisos a <u>caracteres</u> bien determinados.
>
> ...entonces, cuando surjan controversias, no habrá necesidad de disputar entre dos filósofos, como no la hay entre dos calculadores. Porque bastará con tomar la pluma o sentarse ante el ábaco y, tras ser convocados por un amigo, decirse uno al otro: !Calculemos!. (Gerhardt. <u>Phil</u>. VII, 125,200)

1. En una primera lectura aparecen como rasgos fundamentales:

a. Dos exigencias: creación de una <u>Lingua characteristica</u>; creación de un <u>Calculus</u>. Muy en esquema, por ser notas bien conocidas y a las que hará referencia M. Sánchez Mazas en este mismo Simposio, son exigencias que suponen:

. **Characteristica universal**: Reemplazar los conceptos por caracteres. Sustituir el lenguaje natural --vago e impreciso- por una Ideografía o sistema de signos gráficos, caracteres, que posibilite la comprensión directa de los mismos sin pasar por su reproducción fonética. Lingua characteristica "bien determinada", que cabe interpretar en el sentido de ser fundamento de la verdad al permitir fijar, de una vez para siempre, lo que calificar como adecuada proporción entre los caracteres y los conceptos asociados, conexión cierta entre res y verba.

. **Calculus ratiocinator**: sistema de formas de razonamiento simples que posibiliten 'calcular' todos los demás, de modo mecánico, al estilo de los aritméticos, que reducen una operación como la multiplicación entre dos números a la aplicación mecánica de unas reglas simples, las codificadas por las tablas de multiplicar. Y ello porque en alguna ocasión Leibniz afirmará: "todos nuestros razonamientos no son más que relaciones y sustituciones de caracteres.." (Gerhardt. Phil. VII, 31)

b. La exigencia viene subtendida por una idea implícita, la del establecimiento de un método: el analítico o resolutivo. En la Characteristica, resolver, analizar los conceptos compuestos --sean vagos e imprecisos, sean simplemente compuestos-- en caracteres más simples; en el Calculus, resolver, analizar razonamientos compuestos en cálculos simples. Es el método el que encierra la universalidad, la generalidad; importa resolver una infinidad de conceptos, de razonamientos, no uno en particular. Además, el análisis permite, invirtiendo ahora el método, pasar a una síntesis, también universal, general: un **ars inveniendi** por el paso de elementos simples a compuestos.

c. El método resolutivo y, con él, la lingua y el calculus, se hacen con un **objetivo**: poner fin a las controversias. Bien entendido que terminar las disputas no sólo entre filósofos sino en todos los terrenos: ético, político, religioso, económico... Un finalizar disputas que posibilita, además, guiar los pensamientos y la conducta individual, como un 'hilo de Ariadna'. Es lo que no sólo expresará Leibniz de modo constante en sus escritos, sino que tratará de llevar a cabo prácticamente en su acción personal. En este objetivo que, como tal, ya no es puramente conceptual sino pragmático, se distinguen dos planos:

Psicológico: "convencer a los hombres…" (Gerhardt, Math.III,47). Y un cálculo, un razonamiento derivativo al estilo matemático euclídeo se viene estimando como uno de los instrumentos para lograr este convencimiento; y, si no comprensión, al menos aceptación incondicional de lo demostrado. Es a este instrumento al que acuden, por ejemplo, Galileo, Espinosa. Un Clairaut sostendrá que Euclides, ante la evidencia de las proposiciones geométricas, más simples que sus demostraciones, se vio forzado a realizar esas demostraciones para convencer a los escépticos, a los sofistas... Leibniz adopta el mismo objetivo: la derivación sintáctica, el cálculo como instrumento para convencer y, con ello, poner fin a la discusión. La creencia, la fe en el Ámbito simbólico se traslada a la fe en la derivación more geometrico en el Ámbito conceptual.

d. El segundo plano que encuentro en el Objetivo explícito de Leibniz viene subtendido por una determinada **visión del mundo**. La Characteristica y el Calculus se hacen instrumentos reales, con fundamento veritativo, para la captación -tanto epistemológica como ontológica- de la realidad, del mundo. Una captación de lo real que sólo puede ser única; unicidad que permitirá conseguir, finalmente, el Objetivo. Y si afirmo 'unicidad en la captación de lo real' es porque, en Leibniz, los contendientes han de aceptar unas mismas reglas de juego, sentarse ante el ábaco, con una misma lingua y un mismo calculus y, sobre todo, con la aceptación de un método, el analítico; tras estas aceptaciones previas, los contendientes han de llegar, incluso, a suspender el juicio ante el proceso calculatorio. Suspensión del juicio y aceptación del resultado final del cómputo. Lo cual sólo se consigue aceptando que las divergencias se deben a errores o imprecisiones en los conceptos... pero, en el fondo, que hay una visión terminal común.

e. Todo ello implica la aceptación de un enfoque **reduccionista** radical. Reducir las disputas religiosas, morales, políticas, sociales... a un proceso estrictamente derivativo, a un calculo, previa la traducción de sus correspondientes hablas a una lengua común. Lengua construida, y aquí se incardina la visión del mundo leibniziana, con caracteres bien determinados, lo que supone un 'racionalmente' establecidos. Reduccionismo de muy diferentes Ámbitos al Ámbito de lo racional metódico, al Ámbito de lo Conceptual.

f. Ese reduccionismo muestra, implícito, un elemento **valorativo** radical. Se valora un método: el racional; un Ámbito, el conceptual. Sólo este último posibilita poner de acuerdo a los hombres, a las naciones.

g. En esta valoración de lo racional-conceptual se incardina otro elemento: la aceptación del **carácter definitivo**, terminal tanto para la *characteristica* como para el *calculus*. Cabe observar que, en él,

. se detectan los errores --los paralogismos son meros errores de cálculo--; y si se detectan es porque hay un criterio absoluto de verdad y validez;

.las proposiciones son verdaderas o falsas de modo absoluto, y para siempre: no hay tercer valor veritativo ni elementos difusos;

. los caracteres están en conexión de verdad con los conceptos; los razonamientos en conexión de validez con las definiciones --siempre reales-- y las identidades a las que finalmente, se reducirán...

El carácter definitivo implica que el cálculo es radicalmente determinista: una vez aceptados la *lingua* y el *calculus*, el método analítico, los problemas quedarán resueltos y definitivamente. No más o menos resueltos, como diría mi maestro Poincaré. Resolución de todo problema de modo, además, mecánico: basta situarse ante el ábaco.

2. Los dos textos de Leibniz -meros paradigmas o modelos de muchos otros textos suyos- muestran un compromiso filosófico. Pretendo subrayar que la adopción de un enfoque formalista sintáctico -que es lo que algunos historiadores han querido ver en Leibniz, precursor de la actual Lógica matemática y de la Logística- no es una adopción inocua o neutral, sino que viene soportada por la aceptación de unos previos compromisos que, a su vez, dan paso a unos u otros tipos de problemas. Compromiso explícito en Leibniz, lo que no ocurre con muchos de los cultivadores de la Lógica formal actuales. Compromiso que cabe escindir, aquí, en dos apartados para una muy breve discusión: El compromiso previo; los problemas que su aceptación entraña.

a. Y lo primero, reiterar que la posición leibniziana supone una apuesta por un Ámbito o Burbuja determinado. Una apuesta que no puede fundamentarse en lo propio conceptual, sino que viene supeditada a la admisión previa de un Ámbito valorativo. Esa adopción de unos valores supone una apuesta no formalizable desde lo Conceptual --aunque pueda ser racionalizada en un intento justificativo-. Es esa apuesta por lo racional la que hace factible el reduccionismo, por el que sentimientos, pasiones, emociones..., disputas raciales, sociales, territoriales... quedan supeditadas a un *calculus*. Aún más, la razón ha de someterse a su propia apuesta y aceptar lo que esa grafía universal aporte. Es esta valoración la que condiciona el primer plano del método resolutivo. A la vez, consecuente, reflejará un dogmatismo absoluto. Dogmatismo racional que hará que todo lo que no quepa en ese *calculus* sea rechazable, eliminable por su ausencia de regulación conceptual, por su confusión. (Gerhard *Phil* VII,157).

Dogmatismo metódico, racional-conceptual en el que Leibniz no estará solo. Recordar a Locke y sus *Cartas sobre la tolerancia*, a Hume con su proclama de arrojar a la hoguera los tratados de Metafísica o Teología escolástica... O bastaría recordar que el Siglo de la Razón no quemaba libros en el sentido literario de Hume sino que, consecuente, llevó a la hoguera a algunos miles de personas en todo el Continente europeo. Consecuencia de esa aceptación Valorativa, no conceptual, de lo Racional conceptual. Ámbito conceptual supeditado, así, a lo Simbólico, no liberado del mismo. Y, en esta supeditación dogmática, adoptada como punto de partida, no hay Calculemos, como soñaba Leibniz.

b. Desde otro punto de vista, el método analítico supone aceptar que se termina llegando a formas de razonamientos simples, a un 'alfabeto' del pensamiento humano, a los que reducir los demás. Hay, subyacente, la idea de un **fundamento** último en el que se apoyan conceptos y razonamientos.

Una de las analogías leibnizianas viene dada, cómo no, por la Aritmética: El teorema fundamental establece que todo número se descompone en factores simples de manera única. En Aritmética, los caracteres más simples, aquellos de los que todo número se compone, vendrían a ser los números primos. Y Leibniz intentará esta línea: identificar caracteres con números. Un ejemplo: si 2 es el carácter de 'animal' y 3 el de 'racional', 6=3.2 será el carácter que corresponde a 'animal racional', sinónimo de 'hombre'. (Y aquí se tiene la obligación de resolver problemas como los de sinonimia, identidad entre términos o caracteres...). De modo análogo, razonamientos aceptados clásicamente como los silogismos pueden reducirse a una concatenación entre los caracteres que componen las premisas y la conclusión. Igualmente, un instrumento esencial en Lógica, la definición, establecida por la especificación de género y diferencia específica, permitirá expresar un concepto 'a' como el producto a=b.c, con 'b' género y 'c' diferencia específica. Es línea que continuarán Lambert, Plouquet..., con el manejo analítico de los desarrollos en serie.

Esta línea posibilita la construcción de una *characteristica* y un *calculus*, al estilo aritmético. Pero no es **la** *characteristica* ni **el** *calculus*. En Aritmética no hay arbitrariedad en cuanto al papel que juegan los números primos como caracteres primarios en los que descomponer todo número. Arbitrariedad que aparece en cuanto a lo que hoy calificaríamos como gödelización del lenguaje natural: la correspondencia de un concepto con un carácter numérico puede ser arbitraria, nominal, no real. De aquí la necesidad de lograr algún criterio que evite esa posible arbitrariedad. No encuentro en los textos de Leibniz criterios conceptuales para especificar los caracteres primarios salvo afirmaciones de orden inductivo o pragmático: estudiar distintos lenguajes buscando un alfabeto común, apuntar hacia una *characteristica* binaria numérica como primitiva... Sin embargo, en **Monadología**, párr. 33, puede leerse

Asimismo hay dos clases de verdades, las de razón y las de hecho. Las verdades de razón son necesarias y su opuesto es imposible, y las de hecho son contingentes y su opuesto es posible. Cuando una verdad es necesaria se puede hallar su razón por medio de análisis, resolviéndola en ideas y verdades más simples, hasta que se llega a las primitivas.

Verdades de razón, necesarias, resolubles en verdades de razón necesarias y primitivas "de las que no cabe dar la definición". Aparece como criterio para la verdad de razón un criterio lógico: el principio de contradicción. Los caracteres primitivos, los que fundamentan cualquier concepto asociado, vendrían establecidos indirectamente por un criterio lógico. Con una advertencia que considero fundamental: siempre que sean, previamente, necesarios. Leibniz, aquí, ha introducido un carácter modal en esos elementos primarios de razón: su necesidad.

De modo análogo, en el parágrafo 35 Leibniz insiste:

> También hay axiomas y Postulados o, en una palabra, *principios primitivos*, que no pueden probarse ni necesitan prueba; son estos las *Enunciaciones idénticas* cuyo opuesto encierra una contradicción expresa.

Cabría detenerse aquí, al obtener, aparentemente, un criterio decisorio: los elementos primarios, aquellos en los cuales se fundamentan los razonamientos complicados o los caracteres compuestos, cabe determinarlos atendiendo al principio lógico de no-contradicción. Ello supondría aceptar un cierto formalismo convencionalista, un nominalismo con su arbitrariedad asociada. Es parada que supone aceptar un compromiso metafísico previo --guste o no su reconocimiento explícito a los formalistas--.

Leibniz va más allá, no se detiene en el punto anterior y se apoya en el carácter modal de necesidad de los caracteres primarios, en las ideas simples. Necesidad, no arbitrariedad, ni convencionalismo algunos. Ello implica que las verdades de razón, las enunciaciones idénticas, por necesarias, no están, no pueden estar ligadas a proceso constructivo más o menos arbitrario, convencional, nominal humano. La necesidad de las ideas primarias, de las que se componen los demás conceptos, la encuentra Leibniz fundamentada en Dios, que es quien posibilita, en última instancia, la conexión, a la que antes me referí, entre *res* y *verba*. Fundamento último que hace que el cálculo no sea una mera manipulación sígnica, no se quede en cálculo formal sintáctico. Las verdades necesarias de razón lo son, no sólo por el principio lógico de no-contradicción, sino porque dependen previamente "sólo de su entendimiento", ya que son "su objeto interno" (párr. 46); y este 'su' hace referencia a Dios.

Si Dios es el fundamento de las verdades primarias de razón, también lo es de las verdades contingentes, por el principio de razón suficiente. Y este fundamento se trasvasa a los caracteres con los que se construye la *lingua characteristica*, por la condición de que los caracteres asociados a los conceptos tienen que estar "bien determinados

Lo que se tiene aquí es una forma de bloquear cualquier atisbo de convencionalismo, de arbitrariedad, en la elaboración de la *characteristica*, del *calculus*. Bloqueo ligado al Objetivo de suprimir cualquier tipo de controversias, tanto en su plano psicológico de convencer al contrario, como en el de la visión del mundo que subtiende la utopía de Leibniz. Bloqueo que impide, a la vez, el regreso al infinito: gracias al mismo se logra el reduccionismo radical y con él la unicidad antes mencionada e impide discutir la propia construcción de la *lingua* y del *calculus*. Es un bloqueo que, una vez más --como antes en la referencia al campo Valorativo--, posibilita creer en la sustitución del discutir por el calcular. Sustitución que no puede ser establecida desde el propio cálculo, ya que es éste el que, para su formulación, requiere tanto del elemento valorativo conceptual, como de la previa admisión de una determinada concepción metafísica que culmina, en este caso, en la idea de un fundamento último trascendente.

3. Dejemos a un lado los problemas que generaría la discusión de esa visión del mundo leibniziano, de su previo compromiso ontológico --que, además, siempre requeriría precisiones--. Vamos a partir de su asunción del Ámbito conceptual como único, como marco o campo de referencia y, en él, consecuentes, aceptar el planteamiento de su utopía: reducir las disputas a cálculos, todo problema puede ser resuelto. En terreno conceptual aparentemente intrínseco se nos plantea, inmediato, todo un haz de problemas. Menciono algunos de los que se muestran en los textos elegidos:

La aceptación de la vaguedad e imprecisión del lenguaje natural; papel de la formalización sígnica gráfica; papel del método resolutivo y aceptación del principio cartesiano de que un todo puede fundamentarse en sus partes; deducción o derivación como equivalente a cálculo; decidibilidad del proceso derivativo; reduccionismo de cualquier tipo de razonamiento a derivaciones de orden puramente sintáctico; atemporalidad y carácter absoluto, definitivo, de los conceptos y las derivaciones; aceptación de la ausencia de error en el proceso mecánico...

Me limito, aquí, tiempo y espacio obligan, a comentar sólo alguno de ellos.

a. Calcular=Deducir. Ya desde antiguo se admitía que el Cálculo era una forma, muy restringida, de razonamiento. En Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano, Leibniz muestra cómo el cálculo es razonamiento: 2+2=4 no es una operación aritmética, sumar 2 y 2, sino que procede de una auténtica cadena deductiva, por lo que es una enunciación idéntica. Calcular es deducir.

Aceptando el enfoque de los matemáticos, Leibniz invierte y admitirá que también el razonamiento es un proceso computacional: Deducir es Calcular. Con una precisión, en aras de una generalidad que quiere absoluta, la Deducción como Cálculo no se enfoca como un reduccionismo algebraico, que será lo admitido por Descartes por ejemplo en su proyecto de *Mathesis universalis*, sino que la deducción se ve como un cálculo lógico. Cálculo lógico que es más amplio que lo algebraico que sólo abarca los terrenos aritmético y geométrico, sino que abarca a lo algebraico y a cualquier proceso cognoscitivo. En este sentido, la igualdad supone aceptar su afirmación de que siempre se parte de unas primeras proposiciones que no requieren demostración, de unas definiciones y de unos primeros caracteres que no requieren definición.

Desde una perspectiva actual esta igualdad supondría, al menos, la obligación de establecer unos criterios tanto del proceso computacional como de la corrección de los mismos. El establecimiento de criterios de ambos tipos viene condicionada en y desde Leibniz por un doble enfoque que se muestra en los textos leídos. En ellos se puede potenciar bien la characteristica, bien el calculus.

. Si se potencia la *characteristica* lo que se hace es potenciar el dato de unos conceptos y de unas proposiciones primitivas. En términos más actuales, pasando de la conceptografía intensional leibniziana al *Begriffsschrift* fregeano con el manejo de juicios conceptuales --lo que supone otra elección previa metafísica, no estrictamente conceptual--, este enfoque supone la aceptación de los sistemas lógicos como clases de leyes lógicas neutrales --y por ello universales-- que responden al principio de contradicción. Leyes lógicas, verdaderas en todo mundo posible que, si lo son, lo son por su forma. A partir del dato de unas leyes lógicas primarias se van componiendo las restantes con la misma característica de verdad universal. Y, para el cálculo, se elegirán unas leyes como punto de partida, sin que ello signifique que se premian unas sobre otras; en el fondo, todas tienen el mismo papel. Es una concepción que Hacking -*What is logic*?, 1979- calificara como el "mito de las proposiciones primitivas": admitir una clase de proposiciones simples desde la cual se van componiendo las restantes con ayuda de unas constantes lógicas aceptadas como datos primitivos.

Visión en la que se prima la verdad, y de tal manera que la validez de una inferencia se justifica atendiendo a la verdad de las proposiciones componentes: Una inferencia es válida ssi la verdad de la conclusión se sigue de la verdad de las premisas, independientemente al contenido fáctico de las mismas. La derivación sería una mera constatación de la verdad de la conclusión. Es la visión calificable como clásica de los sistemas formales.

En esta visión se siguen planteando los mismos problemas que surgían en los textos de Leibniz. Problemas hasta ahora no resueltos; entre otros, a qué llamar forma lógica, cuáles son las constantes primitivas... En este último caso, por ejemplo, qué constante lógica primitiva se adopta para la negación. Desde la cosmovisión de Leibniz no hay problema: sólo hay dos valores de verdad y la negación es negación absoluta. Pero desde lo estrictamente conceptual no hay por qué privilegiar un tipo de negación y, con ella, un tipo especial de consistencia. Y más cuando, de hecho, hay distintos tipos de negación, de consistencia.

. Si se potencia el *calculus*, se tendría como elemento primario la derivación. Con ella, un enfoque temporal de construcción, un proceso de ir paso a paso, sin lagunas, sin saltos ni llamadas a la comprensión o intuición de los caracteres que se estén manejando en el ábaco. La lógica se mostraría como una clase de procesos derivativos según reglas de derivación muy "bien determinadas". La verdad aparece, aquí, subordinada: viene establecida a partir del concepto D (o Cn) y la satisfacción correspondiente en unos modelos. Las reglas inferenciales permiten caracterizar a las constantes lógicas, evitando el problema del enfoque anterior de partir del enunciado más o menos amplio, más o menos arbitrario, de esas constantes lógicas.

Desde este enfoque se muestran explícitas una serie de exigencias que aparecen en Leibniz: Finitud, Compacidad y, por supuesto, el que fuera considerado en los años 30 como "el principal problema de la lógica matemática", el problema de decisión. Pero también aparecen problemas en paralelo al enfoque anterior: en lugar del listado y elección de unas constantes lógicas, listado y elección de unas reglas de derivación primitivas...

Son dos enfoques que subtienden la construcción de los sistemas lógicos formales según la apuesta que, desde el inicio, se haga. Lo que quiero destacar es que, nuevamente, y aun situados aparentemente en el Ámbito conceptual, surge la posibilidad de uno u otro enfoque. Y un Teorema como el de Deducción tampoco resuelve el problema, como alguno podría sugerir, al mostrar que ambos enfoques son, en algunos sistemas lógicos, equivalentes desde lo formal. Y ello porque este teorema -no válido, además, para todos los sistemas formales- es posterior al propio punto de partida. Punto de partida no meramente formal, al suponer una Valoración previa:

1. admitir el carácter definitivo de la bivalencia con una negación absoluta; la mirada puesta, en el fondo, en el hacer matemático, en el que pretendidamente prima el carácter deductivo bivalente atemporal y su manejo de estructuras;

2. partir de una posición ontológica en la que se admite el carácter difuso desde la misma raíz. Ahora, la mirada está puesta en el lenguaje natural, en las acciones humanas con sus distintos tipos de contradicción, de consistencia.

Elección de punto de partida, con unas valoraciones no conceptuales -en todo caso pragmáticas- y que impide adoptar, en él, un puro criterio computacional. Una elección que supondría, y supone para algunos, controversia, disputa, no resuelta por ningún calculemos puramente formal hasta ahora construido.

b. Señalé la necesidad de establecer explícitamente uno de los dos enfoques pero también la de criterios para verificar la corrección de los elementos adoptados, ya formales, en cada uno de ellos. En este punto, se acepte uno u otro enfoque, aparece en Leibniz la ausencia de unos criterios finales para el concepto de verificación. Y no sólo en Leibniz. Hasta los años 36 no se precisa el concepto de computabilidad, de algoritmo. Y aun desde entonces, se parte de una tesis no formal en cuanto no demostrable: la tesis Church-Turing. Y es obligada la precisión de criterios para aceptar o rechazar la corrección lógica de una demostración, de una derivación; en suma, de un cálculo. Precisión que, entre otras cosas, evite regresar al infinito, evite controversias en cuanto a dicha corrección. Cabría aceptar, pongo por caso, el criterio: establecidas unas reglas primitivas, una derivación es correcta ssi sigue esas reglas y se puede verificar ese seguimiento de manera puramente algorítmica. Se requiere, una vez más, la noción previa de algoritmo y de verificación o decisión.

Los textos de Leibniz parecen aceptar unos requisitos mínimos: los algoritmos son finitos; y una idea: todo problema es decidible. Los dos filósofos se sientan ante el ábaco, plantean su controversia -se supone que en forma de cuestión programable en la *characteristica*- y esperan la respuesta. Podrán esperar 50, 70 años; no sé si su paciencia, alguna otra causa, permitiría llevar más allá su tiempo... Son requisitos, finitud, decidibilidad, resolubilidad de todo problema, que en los sistemas formales construidos han quedado como exigencias imposibles. Y sólo hago referencia a ese "principal problema de la lógica matemática" que, de ser resuelto afirmativamente, permitiría la elaboración de algoritmos para responder a cualquier problema (matemático); bastaría formalizar en lógica el terreno cognoscitivo matemático en el que se planteara el problema, aplicar el algoritmo de decisión, y resuelto. La respuesta negativa demostrada por Turing, Church, las de

Tarski... aliadas con el teorema de incompletud de Gödel han derrumbado la idea de que exista tal algoritmo de decisión para todo problema matemático. Por extensión, para todo problema, controversia o disputa en otros terrenos no tan formalizables.

c. Junto a la solución anterior, los teoremas de Turing, Church... han mostrado su componente positiva. Han llevado a plantear problemas ligados al término complejidad, básicamente "complejidad de una demostración", concepto no problemático en Leibniz -Frege o Hilbert..-. Han conducido a la elaboración de nuevas Teorías como la de Información algorítmica, la de Complejidad computacional.

Aquí, y referido a las pretensiones de Leibniz, me limito a indicar que las teorías formales pueden clasificarse en dos grandes categorías: Decidibles e Indecidibles. Parecería, en principio, y dejando al margen las indecidibles, que las decidibles caerían bajo las pretensiones de Leibniz: cabe, en ellas, decidir, resolver cualquiera de sus cuestiones. Sin embargo, hay teorías decidibles que son, en la práctica computacional, intratables. Ni siquiera, en ellas, tendrían suficiente tiempo los dos filósofos contendientes para alcanzar a ver la conclusión. Hasta cabe clasificar las distintas teorías formales construidas hasta ahora en clases como P, NP, PSPACE..., con NP-duros, NP-completos... Y me estoy refiriendo a cuestiones como la de que el tiempo requerido para una computación puede no ser polinómico sino exponencial, así como al número de espacio requerido en las computaciones; a cuestiones como la de que el algoritmo o máquina de Turing puede no ser determinista -como exigía Leibniz-...

Y una consecuencia, inmediata: La Matemática, aunque uno de sus núcleos esté en lo computacional y otro en la Lógica, no se reduce ni a uno ni a otro. Bien es verdad que desde el enfoque de una Matemática computarizada recibirá ayuda, inestimable en ocasiones. Pero no cabe el reduccionismo. Y observen que, en mis últimas palabras, me he limitado a la Matemática, no ya a otros campos cognoscitivos ni, mucho menos, a aquellos en los que pensaba Leibniz -políticos, sociales, litigios internacionales o interreligiosos...-. Quizá pueda sostenerse, frente a lo querido por Leibniz, que es en los Ámbitos no conceptuales donde las controversias, las disputas sí sean, en tiempo más o menos largo, resolubles, aunque ciertamente no por medios racionales...

d. En la concepción de Leibniz se acepta la existencia de unas ideas primitivas, claras y distintas, necesarias; con fundamento de verdad e independientes de cualquier marco teórico en el que nos situemos. Los conceptos de razón, al igual que las Enunciaciones idénticas, se muestran atemporales, neutrales para cualquier elemento cognoscitivo. Es concepción en la que parece jugar su papel el hacer matemático, su aparente atemporalidad, la constancia de los significados de sus términos. Ahora bien, es una idea, al menos, problemática. Cabe aceptar que los conceptos matemáticos no están dados de una vez para siempre, con naturaleza única, determinada plenamente, sino que tal naturaleza depende del marco de una teoría en la cual cobran sentido. Sin tiempo, remito a un ensayo, desde un previo enfoque formalista, de J. Pla, *Las distintas naturalezas de los números naturales*; naturaleza de los naturales que, por supuesto, depende de la teoría conjuntista en la que cada uno se sitúe. Pero hay, actualmente, dos teorías de conjuntos: la que admite un axioma como el de construibilidad, V=L, y la que admite un axioma como el de Martin. Desde esta última se demuestra que V/L, por lo que ambas son incompatibles. Y la propia naturaleza de los conjuntos que entran en juego en una u otra teoría es, por ello, diferente.

Lo que quiero indicar, una vez más, es que no hay criterios formales para la elección de una u otra apuesta, precisamente por la naturaleza de los conceptos de razón manejados, aunque siempre cabe acudir a criterios de otro orden, como los pragmáticos...

4. Quedan muchos otros problemas sin apuntar siquiera. Afortunadamente... Y ello porque, aun dentro de lo conceptual, también la utopía de Leibniz se convierte, realmente, en un sueño de la razón...

En Actas del VII Congreso de Lenguajes naturales y lenguajes formales, 1992, pp. 99-106. PPU, B.