EN EL PRINCIPIO FUE EL *CALCULUS*

Javier de Lorenzo

En el Ámbito Simbólico de la gran metáfora Mecanicista, se puede considerar a Leibniz como uno de los máximos portavoces de quienes intentan cristalizar uno de los ideales de esa metáfora, la mecanización del pensamiento. Ideal puramente estático, intento de mecanización en los dominios del razonamiento al estilo de la gran máquina universal que tiene en el reloj su máxima metáfora analógica, pero que también se pretende en la construcción, y no sólo mental, de máquinas para componer música, de autómatas o "artefactos movidos por sí mismos mediante muelles y ruedas" (Hobbes, 117), que va más allá de lo que Alfredo Aracil calificará de "Juego y artificio" porque lo que en este Ámbito se acaba pretendiendo es la mecanización de toda actividad humana o, al menos, su simulación mecánica. Máquinas que, en el cálculo numérico, se materializan en la pascaliana y en la propia leibniziana.

Si ya para Lulio pensar es calcular, Hobbes plasmaba esta concepción en su *Computatio sive Logica*, en **De Corpore**, 1655:

> Por razonamiento entiendo calculo... todo razonamiento se basa sobre esas dos operaciones del espíritu, la suma, la sustracción.

Palabras que recogen lo ya expresado en 1651 en **Leviatán** donde

> La *razón*, en este sentido, no es sino *cálculo* (esto es, adición y sustracción) de las consecuencias de nombres generales convenidos para *caracterizar* y *significar* nuestros pensamientos; digo *caracterizar* cuando calculamos por nosotros mismos, y *significar* cuando demostramos o probamos nuestros cálculos a otros hombres (I, V; 149)

Hobbes generaliza y pasa a indicar que esas operaciones no se refieren tan sólo a lo numérico, a lo aritmético, sino que pueden ser realizadas

> Con todo tipo de cosas que puedan ser añadidas conjuntamente y extraídas de otra (id.)

Así, se tiene lo mismo en la geometría, en lógica, en política, en jurisprudencia, en suma allí donde

> Haya lugar para una adición y sustracción, hay lugar también para la razón (id.)

Es concepción que adopta Leibniz quien reconocerá que la toma de Hobbes cuando escribe

> [Hobbes] ha afirmado que toda operación de nuestro espíritu es cálculo

Hobbes, Leibniz generalizan[1] y, desde el cálculo como acción aritmética de contar, desde el solo cálculo numérico, se pasa a *calculus* como computación del espíritu, como clave para toda forma de razonamiento humano. El *Calculus* como principio constitutivo del pensar.

Se me muestra, aquí, un núcleo esencial con sus ramificaciones asociadas. La idea de una generalización absoluta del *calculus* como principio constitutivo del razonamiento que supone, a la vez, su particularización a todos los campos específicos, sectoriales del conocimiento –Aritmética, Geometría, Música, Cinemática..., pero también Jurisprudencia, Lógica..., a la Ciencia en general-, lo cual implica un aspecto no sólo constitutivo sino regulativo de los mismos.

* En uno de esos terrenos específicos, sectorial, Leibniz acierta en la creación de un Cálculo diferencial con el que se pueden caracterizar las componentes de una curva, de una función, en un intervalo dado. Gracias al Cálculo diferencial se obtienen los máximos, mínimos, puntos de inflexión, curvatura de una función "mecánica" o algebraica en principio, aunque se generaliza a curvas, a funciones trascendentes de modo inmediato; es decir, se tiene el cocimiento del comportamiento de la curva, de la función en un intervalo dado. Más aún, se puede obtener, por cálculo recíproco, por integración, la cuadratura de esas curvas "mecánicas" o algebraicas en un intervalo dado.

El enfoque geométrico-estático de Leibniz permite describir la forma de la curva, de la función algebraica, sus variaciones geométricas. Descripción apoyada, en el fondo, en una discretización del continuo, de la magnitud extensa, que posibilita establecer, precisamente, la proporcionalidad entre el triángulo característico, infinitesimal, con un triángulo finito, además de identificar la curva, por ejemplo la circunferencia, con una poligonal rectilínea formada por las cuerdas.

No hay, en esta concepción estática, básicamente geométrica, movimiento, no hay fluxión de una partícula, de un móvil en el espacio. Podrá realizarse una interpretación posterior de que la curva, la función asociada, es la representación de la trayectoria de un móvil si es función de una variable que se interpreta como tiempo. Con ello cabe asociar a la primera derivada de la función respecto al tiempo la velocidad del móvil, a la segunda derivada su aceleración y, todavía más, particularizar esa primera derivada en un punto para, así, obtener la noción de velocidad instantánea y no ya en un punto sino en un instante, así como la fuerza aceleradora en cada instante...

Se podrá realizar la interpretación cinemática del Cálculo, de la diferenciación y podrá darse una lectura cinemática de la misma desde el principio, como hará Varignon desde 1698, y no ya geométrica o estática.

En cualquier caso, en el marco del Mecanicismo, y aunque se partiera de un fenómeno en movimiento, éste se plasmaría en la curva geométrica correspondiente y, con ello, se daría el paso de lo dinámico a lo estático al convertir la trayectoria del móvil en su gráfica lineal asociada. Algo a lo que va a contribuir el manejo de los sistemas de coordenadas donde uno de los ejes, el de abscisas en el plano, por ejemplo, que es una recta, va a representar la variable tiempo que, así, queda, de alguna manera, inmovilizado. Subyacente, la dificultad de que espacio y tiempo son magnitudes heterogéneas entre sí y únicamente a través de este tipo de representación se las pueda convertir en magnitudes homogéneas comparables por lo que se puede hablar, incluso, de movimiento uniforme o con velocidad constante o de movimiento uniformemente acelerado y dar cuenta de lo que es fundamental en el estudio de los sistemas dinámicos: el cambio de movimiento. Si, por la ley de inercia, todo cuerpo está en movimiento uniforme –velocidad constante-, el cambio de movimiento sólo vendrá explicado por la segunda derivada del espacio respecto al tiempo, por la aceleración, siempre en su enlace con la cantidad de materia del cuerpo y la fuerza que actúa sobre el cuerpo.

Un paso a lo geométrico estático que, en su momento inicial, genético, no es pérdida o deformación conceptual, sino todo lo contrario. Porque es desde la curva geométrica representativa del movimiento inmovilizado desde la que cabe establecer tanto la derivada como la diferencial, con su linealización asociada, linealización que también lleva al polinomio o serie polinómica de fluxiones que reemplacen a dicha curva, a su función correspondiente. Este enfoque es el que posibilita la realización de la proporcionalidad indicada entre las partes infinitesimales y la parte finita con la posterior interpretación cinemática de la diferenciación. Interpretación que supone un enriquecimiento epistemológico apoyado, ciertamente, en lo que de conceptual hay implícito en este *calculus* particular.

Este logro se consigue precisamente porque la proporcionalidad entre el triángulo infinitesimal y el finito se manifiesta en un *calculus* asociado a la misma y ese *calculus* requiere de un tipo de expresión apoyado en unos caracteres con los cuales se establezca la fórmula correspondiente y, con ella, se alcancen las reglas operatorias, no ya de sumar y restar propias del cálculo numérico, sino ahora las reglas operatorias de la derivación. Reglas de un cálculo más general que el simple numérico aritmético que permitan resolver cualquier problema planteado en estos terrenos y con las cuales toda controversia pueda ser zanjada con la materialización del mismo y su integración correspondiente. Y es la potencia de la notación diferencial leibniziana frente a la notación d' ista newtoniana...

Un enfoque que lleva a la creación de lo que va a convertirse en el instrumento básico del Hacer matemático en su relación con el conocimiento y transformación de la physis: la ecuación diferencial. Gracias a este instrumento, y en el cuadro del Mecanicismo, se podrán plantear, e intentar resolver, todas aquellas cuestiones que impliquen el comportamiento de un sistema en un intervalo de tiempo. Se sabe que uno de los teoremas básicos de la Teoría de Ecuaciones diferenciales establece que toda ecuación, o todo sistema de ecuaciones diferenciales, posee asociado un objeto que puede considerarse un sistema dinámico cuando, definido para toda la variable x, esta variable se interpreta como variable tiempo. Y recíprocamente, todo sistema dinámico da lugar a una ecuación o sistema de ecuaciones diferenciales que son las que, matemáticamente, dan cuenta de su comportamiento.

Y es Leibniz quien, precisamente, plantea por primera vez en la historia una ecuación diferencial. Aunque, y aquí me quedo en el mundo de las intenciones, Leibniz no se centra en ellas sino que, desde el análisis infinitesimal, pasa a las cuestiones que surgen en los temas la maximalidad y minimalidad, en lo que Euler posteriormente plasmará en el Cálculo de variaciones. Es lo que se observa en los trabajos leibnizianos sobre la braquistócrona, tras el reto lanzado por Bernouilli en 1696 y 1697 y en el que intervienen Johan y Jacob Bernouilli, L'Hopital, Newton... En su respuesta Leibniz encuentra la ocasión para una aplicación, ciertamente, del cálculo infinitesimal a un problema nuevo. Pero, a la vez, muestra una posible limitación del mismo: el análisis infinitesimal es local, válido para lo infinitamente pequeño, pero por eso mismo oculta uno de los aspectos esenciales del Cálculo variacional, la necesidad de su globalidad. Como consecuencia, en su *Tentamen Anagogicum* o *Ensayo introductorio a la investigación de las causas* de 1697 buscará una justificación al papel de lo global respecto a las partes infinitesimales. Escribirá:

> Y así, las partes menores del universo se amoldan al orden de la perfección mayor; de otro modo, no lo estaría el todo. (GP. VII, 272) (Andreu I, 113)

En cualquier caso, Leibniz se adentra en la línea de los problemas que entraña la extremalidad y que se centran en la posibilidad de una teleología contenida en la misma, una teleología inmanente al Cálculo variacional, en principios como los de mínima acción ligados, eso sí, al nuevo cálculo infinitesimal. Principios teleológicos que explicitará Maupertuis como propios de ese Cálculo...

He indicado, en el cuadro del Mecanicismo. Un cuadro en el que todo animal se identifica con un autómata, un mecano. Y un mecano se compone, en analogía con el reloj, de muelles y ruedas. Pero el mecano, en sí, es inmóvil y hay que acudir a alguien que le dé cuerda, lo ponga en marcha o lo pare, produzca en él un cambio de movimiento. Un mecano no puede moverse por sí mismo, no puede "cambiar de espacio". Sólo desde la aparición de la máquina de vapor, el mecano alcanzará la capacidad de moverse por sí mismo pero ahora convertido de máquina puramente mecánica en máquina termodinámica.

Limitación intrínseca a la concepción Mecanicista, la imposibilidad de dar cuenta del movimiento de un mecano que obligó a los distintos pensadores a buscar una "causa" que permitiera explicar el movimiento de los cuerpos animados, de cada mecano o autómata individual. Causas que encontrarán en un elemento exterior a la physis, plasmadas en unos principios metafísicos que terminan en la aceptación de un ser superior.

Partiendo de esta limitación, Leibniz tratará de remediar lo que considera un error: admitir que el mecano pueda moverse por sí mismo, por impulso de otro o por una cualidad oculta como la gravedad que implicaría que las causas del movimiento y de su cambio serían inherentes al mundo, sin necesidad, por ello, de explicación metafísica alguna. En 1669 intenta demostrar que

> No puede darse razón de los fenómenos corporales sin un principio incorpóreo, es decir, sin Dios. (Andreu I, 38)

Algo en lo que insiste de modo permanente porque es convicción incorporada a todo su pensamiento. Así, hacia 1687, escribe

> Y esto es lo que intenté remediar yo mostrando, finalmente, que en la Naturaleza se hace todo mecánicamente, pero que los principios del mecanicismo son metafísicos y que las leyes de los movimientos y de la Naturaleza fueron establecidos no ciertamente por necesidad absoluta sino por la voluntad de una causa sabia. (Andreu I, 38)

Para Leibniz, el mecanicismo es impotente para dar la última explicación del movimiento. El movimiento de un mecano no puede explicarse atendiendo a sólo forma, extensión, materia. Se requiere, para su última explicación, de argumentos teleológicos que vayan más allá de los puramente físicos, porque sólo desde los teleológicos se puede dar el paso de la posibilidad, que equivaldría a lo arbitrario, a la necesidad, paso con el que se indicaría, realmente, que las leyes de la física no son indiferentes sino que tienen su origen en la sabiduría del Autor o, al menos, en el principio de la perfección mayor. Me limito, aquí, a mencionar que en el *Tentamen anagogicum* Leibniz afirma la existencia de

> dos reinos en la naturaleza corporal misma, los cuales se penetran sin confundirse y sin estorbarse: el reino de la fuerza, según el cual todo puede explicarse *mecánicamente* por las causas eficientes, cuando penetramos suficientemente en su interior; y el reino de la sabiduría, según el cual todo puede explicarse *arquitectónicamente*, por así decir por las causas finales, una vez conocemos suficientemente sus funciones. (GP. VII, 273) (Andreu I, 113)

Y si las determinaciones Geométricas comportan necesidad absoluta en el sentido de que sus contrarias implican contradicción, serán precisamente las determinaciones arquitectónicas las que den cuenta de la necesidad de elección "cuyo contrario comporta imperfección" (id.).

Sin embargo, y frente a Leibniz, el instrumento creado básicamente por él, el Cálculo diferencial o infinitesimal posibilita caracterizar el movimiento, el comportamiento de los sistemas dinámicos sin necesidad de acudir a nada trascendente. Es el mismo papel que se podrá asignar, desde el s. XIX, a la máquina de vapor. Con una precisión, el sistema dinámico es tal que, gracias a su ecuación diferencial lineal asociada, a la integración de la misma, sólo queda caracterizado de modo unívoco si se conoce su comportamiento en un instante dado, si se conocen unas condiciones iniciales. Y ello implica, con claridad, que el sistema estaría plenamente determinado, caracterizado y su comportamiento estaría totalmente conocido por su ecuación correspondiente. Determinación que implica, simultáneo, predicción y retrodicción siempre que se pueda integrar el sistema y siempre que se conozca el estado del sistema en un instante dado, siempre que se conozcan sus condiciones iniciales.

Subyacente en esta concepción, la idea de una conexión causal en el comportamiento del sistema. El Cálculo diferencial, apoyado en una *lingua* con caracteres especiales, establecidas sus reglas operatorias mecánicas o mecanizables para ser manejadas por el ábaco correspondiente, lleva a la formulación de la ecuación diferencial lineal como manifestación suprema para el estudio de la *physis*, de una physis previamente acotada, por supuesto, y en la cual se establece la conexión causal como principio constitutivo explicativo. Recordaría las palabras de Einstein

> La ecuación diferencial es la forma única que el físico moderno requiere para la explicación causal.

El ideal leibniziano particularizado en el terreno del Cálculo diferencial, muestra un éxito que se manifiesta en el estudio de figuras y curvas nuevas en lo geométrico y lo analítico, curvas y funciones no consideradas hasta el momento de la creación de este cálculo. Aún más, permite su incorporación al estudio de la physis, con un aumento en el conocimiento en campos inéditos hasta entonces. Y ello supone que este Cálculo diferencial e integral se sitúa como el mejor ejemplo de *ars inveniendi* en Matemática, en Física. No sólo representa el conocimiento ya adquirido sino que permite ampliarlo y controlar, además, el posible error que se cometa al realizar el cálculo. Y todo ello a partir de un sistema de reglas de combinación de caracteres realmente sencillo y, además, claramente mecanizable.

El especial optimismo inicial, los primeros resultados obtenidos, implicarían la idea de que todo problema quedaría resuelto, todo fenómeno de la physis conocido y ello a través del cálculo asociado correspondiente. El ideal mecanicista de Leibniz en cuanto realizable en uno de los terrenos particulares, sectoriales, de lo epistémico, parecería logrado. Y más desde lo que se ha venido llamando "Programa Fourier" enunciado en los primeros años del s. XIX con la aplicación del Análisis al estudio de fenómenos como los del calor, electricidad, magnetismo..., con la ampliación de las ecuaciones diferenciales a las ecuaciones en derivadas parciales y la ampliación de la linealización que lleva del desarrollo en serie polinómica a desarrollos en series con funciones trigonométricas, por ejemplo.

* Queda, en pie, la realización del ideal en su aspecto más general, más universal, la del *calculus* como principio constitutivo de toda operación de nuestro espíritu y del cual el anterior –el cálculo diferencial- no sería más que una ejemplificación local, singular, condicionado por una arquitectónica establecida por el reino de la sabiduría. Y para Leibniz, como en el caso anterior, parece no bastar el enunciado del mismo, mantener simplemente unas afirmaciones, establecer un mero proyecto sin intentar su realización efectiva. Al menos, hay que elaborar los elementos que darían paso a la plasmación de ese ideal lo mismo que se logró en el terreno particular de lo geométrico analítico y del movimiento.

Con una precisión, no con un objetivo en sí sino con un objetivo que lo trasciende y que todo mecanicista asume: un proyecto de ayuda al hombre. Una ayuda que en los terrenos del razonamiento se logra suprimiendo el error y asegurando el camino que conduce a la certeza. Es el objetivo que adopta Leibniz plasmado en lo que aquí se califica Bien Común. Y más en concreto, el objetivo de mecanizar, de reducir razonamiento a cálculo para cumplir un sueño: poner fin a las controversias apoyadas en el abuso de las palabras, de la contingencia, subjetividad y arbitrariedad que las mismas comportan y que provocan confusión respecto al orden necesario del reino de la sabiduría. Cito textos ya tópicos, aunque podrían elegirse muchos otros pasajes con el mismo objetivo:

> Creo que jamás podrá ponerse fin a las controversias (..) si no se llega de razonamientos complicados a cálculos simples y de palabras que tienen significados vagos e imprecisos a caracteres bien determinados.
> ...entonces, cuando surjan controversias, no habrá necesidad de disputar entre dos filósofos, como no la hay entre dos calculadores. Porque bastará con tomar la pluma o sentarse ante el ábaco y, tras ser convocados por un amigo, decirse uno al otro: ¡Calculemos¡ (GP, VII, 125, 200).

Desde la situación actual, desde las inflexiones que ha sufrido el Hacer matemático en los últimos años, puede considerarse el objetivo general de Leibniz, el que subtiende el Mecanicismo en general, como un proyecto reduccionista en el cual subyace un optimismo racionalista que va más allá de lo epistémico y se enraíza en unas valoraciones que, además, se pretenden universales. Proyecto complejo, aparentemente muy general y ambicioso, en lo que se quiere con un aspecto doble: la imposición de un ideal de racionalidad conceptual única y, como tal, base para la supresión de las contiendas, para la posible eliminación de las disputas; y otro de computación mecánica al aceptar que el razonamiento es cálculo convertido el *calculus* en la expresión suprema de esa racionalidad conceptual única. Expresión suprema porque se sostiene explícitamente que la computación no es inocua, reactúa sobre quienes computan, sea lo que sea lo computado, de manera que el computador ya no será el mismo, sino que tendrá que aceptar el resultado del cálculo y actuar en consecuencia.

El proyecto implica, en el intento de su realización, varias fases subtendidas por una serie de tesis, algunas implícitas. Me limito, aquí, a mencionar algunas de las mismas.

Eliminar palabras que poseen significados "vagos e imprecisos" supone que la precisión conceptual sólo puede lograrse mediante la eliminación de tales palabras o, en otros términos, supone que la precisión conceptual sólo es alcanzable mediante la construcción de una ideografía o pasigrafía especial. Lenguaje de caracteres enfocado, con términos actuales, como sistema formal donde se potencia el aspecto sintáctico. Lenguaje sintáctico formal que, claramente, ha de estar constituido de unos caracteres discretos pero que, desde la combinatoria de los mismos, pueda captar no sólo lo discreto sino lo continuo. Caracteres o ideogramas sígnicos a los que, posteriormente, se dote de contenido semántico unívoco, pasando a ser auténtica *lingua characterística*.

Empleo o manejo de caracteres que no constituyen, para Leibniz, un mero auxiliar, una ayuda para expresar el contenido de pensamiento puro –en expresión de Frege- sino que esos caracteres se incardinan en la esencia misma del razonamiento porque, sin ellos, no se daría el mismo. En 1684 escribe

> Todo razonamiento humano se lleva a cabo mediante algunos signos o caracteres (Olaso 1982, 188)

Signos o caracteres que han de ser sensibles, han de ser escritos, dibujados o esculpidos como se hace en las Matemáticas que se sirve

> De caracteres aptos para fijar nuestro espíritu, y de añadir una prueba numérica (id.)

Porque, como escribirá hacia 1686 en su "Proyecto y ensayo de llegar a alguna certeza para poner fin a buena parte de las disputas, y para adelantar en el arte de inventar", ello posibilita

> Que se pueda advertir el propio error a ojos vistas y cuando se producen disputas entre las gentes que se pueda decir sólo: contemos – sin mayor ceremonia, para ver quién tiene razón (Andreu III, 49)

Una *lingua characterística* que no puede identificarse con los proyectos de lengua universal que pretendían desarrollar, entre otros, Wilkins, para los fines de la Ciencia. Para Leibniz esta Combinatoria permite alcanzar tanto la universalidad como la univocidad frente a la palabra hablada y la escritura, así como evitar el error en el razonamiento. Los caracteres corresponden, así, al orden necesario y universal de las cosas, orden que cumple descubrir a la ciencia, con lo cual esta *lingua characterística* no vale sólo para expresar lo ya conocido –en cuyo caso se limitaría a cumplir el papel de instrumento de simple comunicación- sino que se convierte en un auténtico *ars inveniendi* –papel de aumento epistémico-.

La eliminación de vaguedades e imprecisiones también supone eliminar las clásicas Retórica y Dialéctica en beneficio de la sola Lógica, aunque de una Lógica transformada. Ahora la Lógica formal, sintáctica, se convierte en el arquetipo de la argumentación reducida a razonamiento riguroso y este a *calculus*, a computación sígnica realizable por una máquina, un ábaco. Ábaco lógico y no sólo aritmético al estilo de los artefactos para componer música de manera estrictamente mecánica.

Si tanto la Retórica como la Dialéctica pretendían, a su manera, y siguen pretendiendo, clasificar y estudiar los argumentos que concluyen no sólo en lo verdadero sino en lo aceptable y convincente, sólo desde la Lógica formal cabe la concepción mecanicista con la supresión de la argumentación en su aspecto general. Sólo desde ella se hace factible identificar el rigor del razonamiento con lo computable, porque desde la Lógica formal el razonamiento riguroso se convierte en demostración o derivación formal, en sucesión de fórmulas en la cual las primeras son los axiomas y las demás se obtienen de las anteriores mediante el manejo de unas reglas de derivación explicitadas. Y esta concepción que identifica argumentación con derivación es la que posibilita identificar dicha deducción formal con proceso efectivo. Identificación que permite considerarla como un algoritmo –el que lleva de los axiomas al teorema- que pueda computarse, precisamente, por el ábaco, por la máquina computadora, por el piano lógico a lo Jevons. Reducción de argumentación a manejo sintáctico que se refleja en las palabras de Leibniz

> Todos nuestros razonamientos no son más que relaciones y sustituciones de caracteres... GP, VII, 31)

La manipulación de esas sustituciones ha de efectuarse mediante el establecimiento de reglas explícitas que den el manejo de estos sistemas de símbolos.

Esa manipulación se delega actualmente al ordenador, aunque sea un ordenador ideal como el diseñado por Turing en su máquina hipotética capaz de resolver todo problema formulable o representable en término de algoritmo donde algoritmo, desde este enfoque, es una descripción suficientemente precisa de las reglas que forman el esquema del programa que, introducido al ordenador, resuelva el problema dado.

En este reduccionismo la lógica formal también asume el carácter atribuible tanto a la Dialéctica como a la Retórica, el de convencer: hay que aceptar la conclusión obtenida, no cabe ante ella la más mínima duda al igual que sucede ante la solución de la ecuación diferencial. La derivación sintáctica es, en esencia, la argumentación más convincente que existe. Argumentación convincente porque el error carece ya de papel. Un error siempre posible, ciertamente: al calcular aritméticamente puede deslizarse ese error. Pero es un error siempre subsanable porque se ha cometido "en la incongruencia de los signos" –se ha escrito un 7 por un 2, por ejemplo- o se ha fallado al aplicar una regla del cálculo. En ambos casos basta, para Leibniz, una ojeada, lo mismo que pasa en Matemáticas,

> En las cuestiones de la Matemática abstracta, números y líneas, no es peligroso equivocarse ni difícil rectificar (GP, VII, 79-80)

Y este es uno de los mejores empleos del *calculus* en función del Bien Común: la supresión de cualquier tipo de controversia o disputa. Leit-motiv constante en Leibniz. Bien entendido que

> Nos prestará una ayuda maravillosa, tanto en orden a servirnos de lo que sabemos, como para ver lo que nos falta, e inventar los medios de llegar a ello; pero, sobre todo, para dar fin a las controversias en materias que dependen del razonamiento. Pues, entonces, razonar y calcular será lo mismo. (Andreu III, 60)

* Desde la perspectiva actual, y aunque Leibniz mantenga un contenido semántico para sus caracteres, el proyecto esbozado y dibujado por él en cuanto al *calculus* universal puede estimarse, al igual que en el caso particular del Cálculo diferencial e integral con su ecuación diferencial asociada, como materialmente cumplido. Aunque en ese cumplimiento se han mostrado, simultáneo, unas limitaciones radicales; en un caso, las propias de todo sistema formal; en el otro, las propias de toda ecuación o sistema de ecuaciones diferenciales lineales.

En el proceso de plasmar este reduccionismo he indicado la existencia de un tipo de optimismo racional que se reflejaría en la concepción de que toda controversia –aunque Leibniz la limite al campo del razonamiento, sin otras precisiones- es, en el fondo, y por un lado, mero equívoco y, por otro lado, traducidas las posiciones de quienes disputan al lenguaje formal sintáctico común, el equívoco desaparece al llevar a cabo las derivaciones formales de esas posiciones mediante la simple manipulación algorítmica que dará solución a la disputa.

Esta concepción es la que plasma y en los mismos terrenos que Leibniz, y de modo explícito, Hilbert cuando proclama: todo problema es resoluble; pero también cuando Hilbert distingue los dos planos del Hacer matemático: el manejo de los signos y sus reglas y el de la demostración acerca de ese manejo o cálculo; cuando distingue entre matemática y metamatemática, lo que no estaba explicitado en Leibniz. Desde este tipo especial de optimismo epistémico radical, desde su oposición al *Ignoramus, ignorabimus*!, Hilbert establece como problema central para la Lógica formal de primer orden el de la decidibilidad: dada cualquier fórmula de primer orden hallar un algoritmo que determine si la misma es o no satisfacible. Y se sabe la respuesta a este problema: Church, Turing demostraron que el problema de decisión es insoluble algorítmicamente.

Consecuencia inmediata: no pueden resolverse las controversias por la mera mecanización algorítmica, no se podrá decidir la disputa aunque los polemistas aceptaran tanto el mismo lenguaje formal como las mismas condiciones ante el ábaco, es decir, tanto la misma logicización como las mismas reglas consiguientes y aceptaran, por supuesto, el ideal de racionalidad conceptual como único tipo de racionalidad, de razón. Frente a este tipo especial de optimismo leibniziano, frente al mismo tipo de optimismo hilbertiano, se alza la demostración de que no todo problema es algorítmicamente decidible. No podremos eliminar las controversias, las polémicas desde este ideal, con sólo estos mecanismos. Lo cual, desde otro tipo de optimismo, es algo muy afortunado porque no todo está resuelto, de una vez por todas y cabe, todavía, un papel, aunque sea muy modesto, para la razón constructiva, dinámica y no estática, de la razón.

Cabría matizar en el sentido de que el *calculus* ha llevado, con el ábaco, a la noción de algoritmo. Noción que surge en los procesos aritméticos, precisamente en el sumar y multiplicar números naturales y se amplía con algoritmos como el de Euclides, con las resolventes para las ecuaciones algebraicas... y renueva su interés actual en campos o dominios como la Criptografía o la Búsqueda operacional. Y la noción de algoritmo, como proceso mecánico o como proceso finitista hilbertiano, no había sido precisada aunque se hablara, permanentemente, de reglas de cálculo. Uno de los mayores logros, junto a la noción de derivada y ecuación diferencial, pero ahora desde el enfoque formal sintáctico, de este Programa reduccionista es la precisión de la noción de computación donde la derivación no es más que un algoritmo o función recursiva y donde, si se acepta la Tesis Church-Turing, todas las caracterizaciones de esa derivación son equivalentes, por lo cual puede estimarse la máquina-Turing como el computador, el calculador ideal. Desde esa precisión, un teorema como el de parada de Turing adquiere una validez universal que invalida radicalmente el objetivo reduccionista leibniziano porque si la máquina-Turing es la verdadera máquina de pensar, la limitación de los sistemas formales es la limitación de dicha máquina y, con ella, del hombre computador, del hombre razonador.

Podría intentarse un bucle y admitir una computación limitada a sólo algoritmos razonables, efectivos o manejables: aquellos que den cuenta, precisamente, de los problemas que, en principio, son decidibles, es decir de aquellos razonamientos que se representan por un algoritmo del cual se sabe de antemano que, de llevarse a la práctica, daría el resultado previsto en tiempo, espacio y coste apropiados al problema. Porque si una controversia se pudiera traducir a algoritmo correspondiente y este se demostrara convergente y por ello se pudiera resolver la disputa pero en su ejecución se tardara un siglo, carecería de eficacia, la controversia seguiría en pie...

Pero ello nos hace entrar en una de las cuestiones fundamentales de la capacidad computacional, la ligada a la eficacia en cuanto al tiempo y el espacio que tardaría una máquina en la computación y donde la pregunta, ahora, se centraría en si es factible un criterio que permita predecir el tiempo y espacio de ejecución de un programa. Cuestiones que centran lo que se denomina Complejidad algorítmica. Aun restringida a los problemas de decisión ligados a las cuestiones Sí-No, ligados a los problemas de si poseen algoritmo polinómico o no –con la gran cuestión o problema abierto de si P es o no igual a NP- se trata de demostrar que un algoritmo, aun decidible, es efectivamente computable y, por ello, hay que demostrar que su complejidad ha de ser de tipo P. Y aún en este caso, que esté acotado de alguna manera. [Con ello surge la cuestión de manejar, por ejemplo, acotaciones polinómicas o, en otras palabras, algoritmos cuyo coste asintótico esté acotado por polinomios en función del tamaño de los data de entrada] De momento se sabe la respuesta: hay problemas decidibles pero no factibles, no manejables en la práctica ni por espacio ni por tiempo.

Por otro lado, se introduce la cuestión del posible error, de lo que Leibniz consideraba ausente del cálculo matemático y, por ausente, ese cálculo era el modelo que servía para, imitándolo en la Ciencia, alcanzar la total y absoluta certeza: bastaba, para detectarlo, una simple ojeada. Y aunque tengamos más fe en el ábaco, en el computador que en nosotros mismos, se tiene la pregunta: un programa finito con unos millones de instrucciones ¿no contendrá algún error?; durante el tiempo que el ordenador esté en funcionamiento ¿no se deslizará algún fallo puramente técnico? Un error intrínseco que, por otro lado, se encuentra incardinado en la praxis matemática actual, en las demostraciones de teoremas quizá enunciables brevemente, pero que exigen demostraciones "largas" y en las cuales se entremezclan campos matemáticos muy diferentes. En las demostraciones "largas" es muy difícil encontrar un error y no ya por mera ojeada. La primera demostración anunciada por Wiles del último teorema de Fermat requirió de grupos de especialistas para detectar un error y la demostración anunciada ya como definitiva, y que ocupa más de cien páginas, se acepta como correcta; aceptación centrada más bien en consenso que en la directa comprobación por cada matemático de la corrección de la misma. Los cálculos en los que pensaba Leibniz, en los que bastaba una mera inspección ocular, han quedado como ejercicios muy elementales y un tanto alejados de la praxis matemática. Y es lo que ocurre, igualmente, en las demostraciones realizadas con ayuda del ordenador, en el intento de bucle señalado de algoritmo decidible pero no factible...[(2)]

Ideal reduccionista del Mecanicismo, el de la resolubilidad de todo problema planteado, que va en paralelo al ideal del determinismo predictivo absoluto en las relaciones causales, en el terreno específico y concreto de un fenómeno como el del movimiento de los sistemas dinámicos. Ni siquiera, en este terreno, se puede resolver un problema como el de la estabilidad del sistema solar porque no es posible la integración del sistema de ecuaciones diferenciales lineales correspondiente; donde el problema de los tres cuerpos sigue en pie...

Ante limitaciones de este tipo, que obligan a distinguir entre determinismo y predicción, entre indecidibilidad absoluta y algoritmo razonable y, en los razonables, los efectivamente computables, cabe la búsqueda de otras concepciones donde se tengan en cuenta, precisamente, los aspectos dinámicos, de acción. Un salto que, en el terreno de las Ecuaciones diferenciales, condujo al enfoque cualitativo, a las ecuaciones diferenciales no lineales iniciado por Poincaré, quien también mantendría el papel de la intuición global, de la necesidad de la representación figural, podría decirse topológica, frente a la logicización formal reduccionista. En el terreno del objetivo universal, el ligado al razonamiento, podría decirse que se ha intentado el salto mediante ideas ligadas, por ejemplo, al denominado razonamiento heurístico. Terreno en el cual se ha vuelto a poner de relieve que si hay un razonamiento lógico, también existe una argumentación plausible.

* Sin embargo, y a pesar de las limitaciones señaladas, el sueño de la mecanización, del *calculus ratiotinador* leibniziano, se mantiene en la actualidad. Porque los mismos intentos de argumentación plausible, que no dan la certeza absoluta del resultado obtenido, han pretendido ser subsumidos bajo la algoritmación. Para ello basta, en unos casos, un cambio de sistema formal, y de uno del tipo L_1 pasar a sistemas que formalicen en lo que se califica de lógicas alternativas. En otros casos, un intento de elaborar programas informáticos que, manipulando estrategias consideradas heurísticas, lleguen a producir demostraciones “originales” de un teorema. Demostraciones no por el mero cálculo combinatorio de unas configuraciones como en el caso de la demostración del teorema de los Cuatro Colores, sino por estrategias consideradas heurísticas a lo Polya y que fueron calificadas de inteligentes por los primeros creadores de este tipo de programas informáticos, Newell-Simon, hacia 1956. Heurísticas programables que hoy caen bajo la denominada Inteligencia Artificial.

Algo que también ha ocurrido en otros terrenos, donde se acude al ordenador, al algoritmo computable, para la representación y explicación de fenómenos que caen bajo lo que se denomina sistemas dinámicos no lineales; para representar, incluso, lo que calificar de caos determinista. Ordenador como clave para los procesos de simulación y, en ellos, de modelización figural que ha invadido todos los campos epistémicos al cubrir precisamente una falla que se tenía en el *calculus* formal sintáctico “a pluma”: la ausencia de elemento figurativo icónico, elemento sólo aplicable por Leibniz a los caracteres individuales.

Un programa de simulación o modelización de los distintos fenómenos de la physis apoyado en la algoritmación que viene justificado por el hecho de la digitalización que impone, en estos momentos, su credencial absoluta. Impone lo que en el sueño de Leibniz estaba subyacente, la discretización del continuo. Invasión en todos los campos epistémicos a lo largo del último tercio del s. XX y que constituye lo que, en paralelo al “Programa Fourier”, he calificado como “Programa Lions”.

Sin embargo, y a pesar de los éxitos logrados, de la Actualidad del sueño de Leibniz en alguno de los terrenos epistémicos, se están planteando problemas cuya solución iría más allá de este sueño. Así, desde uno de los campos en el que la discretización parece constitutiva, la Mecánica cuántica, se está replanteando la concepción extensional distributiva del continuo, lo que supone la exigencia de una vuelta, al menos representacional y epistémica, a una concepción intensional, a un continuo dinámico dado, por ejemplo, por el manejo de geometrías como la simpléctica local.

Desde la perspectiva actual, y a pesar de todas las limitaciones y de los problemas conceptuales que se están planteando, sigue en pie la convicción leibniziana de que *en el principio fue el Calculus*, al menos para el conocimiento de parcelas de este mundo, el mejor de los mundos posibles que, de momento, tenemos, aunque en él no podamos evitar las disputas de la razón, las controversias por un simple proceso mecánico o algorítmico...

(1) Dejo al margen, aquí, las profundas diferencias que separan a Hobbes de Leibniz, fundamentalmente en sus concepciones del lenguaje. Para ello, ver Dascal 1994.

(2) Para el tema del error en la demostración puede verse mi **Filosofías de la matemática fin de siglo XX**. Ed. Univ. Va. 2000.

Andreu, A. (ed). 2001. **Methodus Vitae. Escritos de Leibniz**. 3 vols. Ed. Univ. Politécnica de Valencia V.

Aracil, A. 1998: **Juego y Artificio. Autómatas y otras ficciones en la cultura del Renacimiento a la Ilustración**. Ed. Cátedra, M.

Couturat 1903. **Opuscules et fragments inédits de Leibniz**. Reimpresión Olms 1988

Dascal, M. 1994. "Lenguaje y conocimiento en la filosofía moderna". En **Del Renacimiento a la Ilustración I**. Pp. 15-51. Olaso (ed.) **Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía** 6. Ed. Trotta-CSIC. M

GP 1978. **Leibniz: Die Philosophischen Schrisften**. Ed. Gerhardt, 7 vols. Olms

Hobbes, Th.: **Leviatán**. Ed. C. Moya y A. Escohotado. Ed. Nacional, M. 1979

Olaso, E. de (ed.) 1982. **Leibniz: Escritos de filosofía**. Charcas, B.A.

En Actas del Congreso Internacional *Ciencia, Tecnología y Bien común: La actualidad de Leibniz*. Univ. Politécnica de Valencia, pp. 107-118.